

## Оценка влияния статистической изменчивости жесткостных параметров системы «тонкостенный составной стержень – основание» на ее динамические характеристики

(Рецензирована)

### *Аннотация:*

Приведены результаты вероятностного расчёта здания представленного системой «тонкостенный составной стержень – основание» на сейсмическое воздействие, позволяющий оценить влияние статистической изменчивости жесткостных характеристик здания и грунтового основания, а также амплитуды сейсмического воздействия на статистическую изменчивость динамических и прочностных характеристик сооружения.

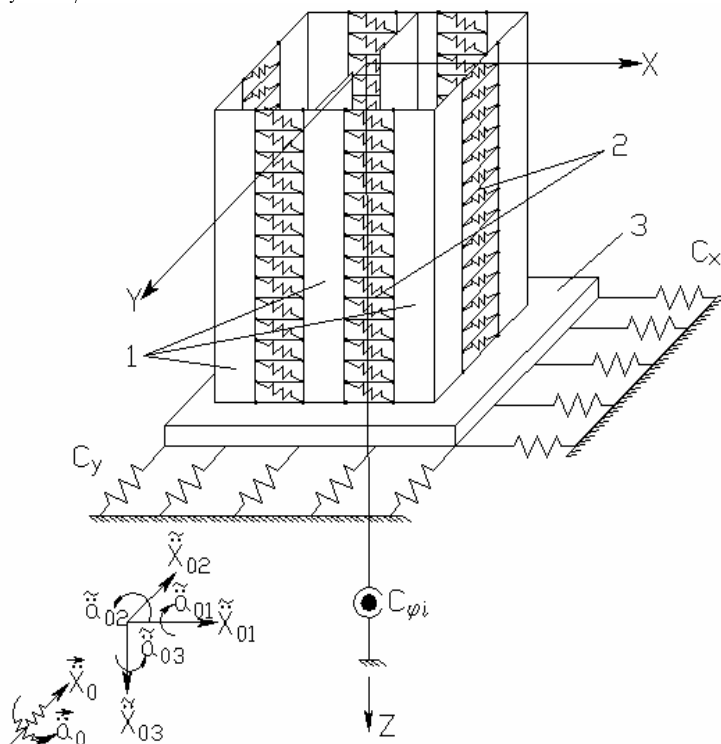
### *Ключевые слова:*

Тонкостенный составной стержень, сейсмическое воздействие, статистическая изменчивость жесткостных характеристик, амплитуда сейсмического воздействия.

Рассматривается система «тонкостенный составной стержень – основание» (рис. 1). Тонкостенный стержень объединён в систему абсолютно жесткими поперечными связями и упругоподатливыми связями сдвига. Податливость грунтового основания учитывается при помощи коэффициентов жёсткости  $C_x$ ,  $C_y$  и  $C_{\varphi i}$ .

Расчёт системы проводим на действие сейсмической случайной нагрузки, представленной в виде составляющих поступательного  $\ddot{X}_0$  и вращательного  $\ddot{a}_0$  ускорения грунта.

1 – тонкостенный составной стержень; 2 – связи; 3 – фундамент;  
 $C_x$ ,  $C_y$  – коэффициенты жёсткости основания при горизонтальных поступательных колебаниях;  $C_{\varphi i}$  – коэффициенты жёсткости основания при вращательных колебаниях вокруг осей Z, X и Y;  $\ddot{X}_0$  – вектор поступательного движения грунта;  
 $\ddot{a}_0$  – вектор вращения грунта.



**Рис. 1.** Расчётная схема пространственной тонкостенной составной системы «здание-основание»

Методика вероятностного расчёта рассматриваемой системы изложена в [1, 2, 3].

В настоящей работе ставится задача изучения влияния статистической изменчивости модуля упругости бетона, модуля деформации грунтового основания и амплитуды сейсмического воздействия на вероятностные характеристики динамической реакции рассматриваемой системы (собственные частоты изгибно-крутильных колебаний и максимальные нормальные напряжения в ветвях).

Для расчёта было выбрано 16-этажное административное здание, прямоугольное в плане, размером 61,4×16,4 м (рис. 2), решенное в каркасно-связевой системе. Колонны размером 0,4×0,4 м. Толщина стены 0,2 м. Здание состоит из подвала высотой 4,2 м, шестнадцати рабочих этажей по 3,3 м и верхнего технического этажа высотой 4,8 м. Высота здания  $l=61,8$  м. Масса здания складывается из массы несущей диафрагмы жесткости, колонн, наружных стеновых панелей и междуэтажных перекрытий.

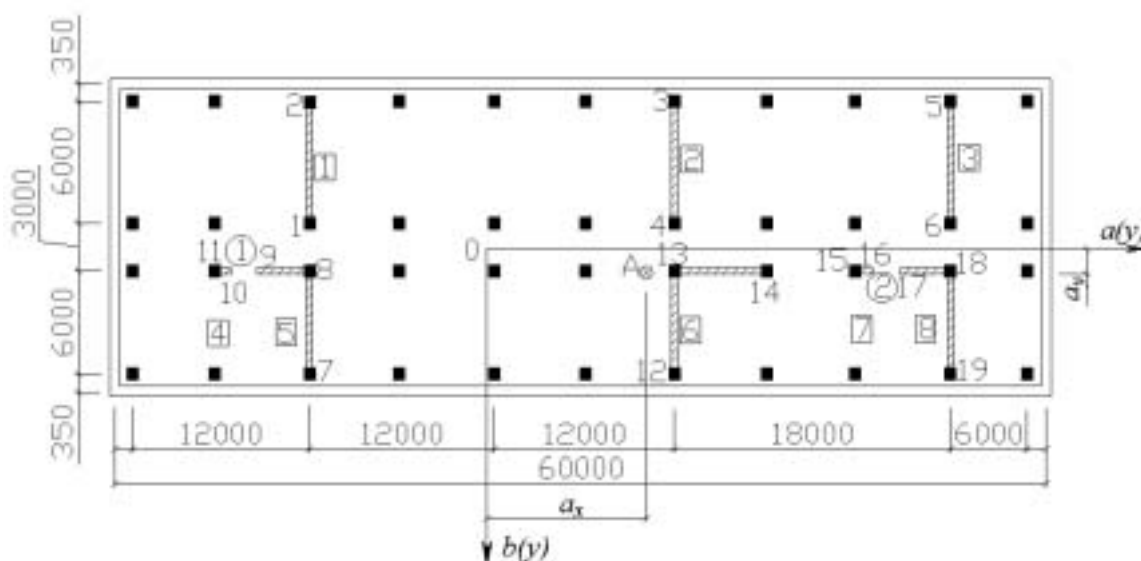


Рис. 2. План здания:

11 – характерные точки элементов жёсткости; [2] – ветви; (2) – швы.

А также для сравнения был выполнен расчёт этого же здания по методике, не учитывающей совместную работу сооружения с основанием [4].

Решение вероятностной задачи проводим методом канонических разложений в сочетании с методом статистических испытаний и методом планирования эксперимента.

Были составлены две математические модели позволяющие оценить влияние величины статистического разброса входных факторов на величину статистического разброса выходных параметров оптимизации.

В качестве параметров оптимизации были выбраны:

а) собственные частоты изгибно-крутильных колебаний системы «сооружение-основание»;

б) максимальные нормальные напряжения в ветвях.

В качестве факторов оказывающих влияние на процесс эксперимента были приняты:

для эксперимента а): модуль упругости бетона  $E_b$ , модуль деформации грунтов  $E$ ;

для эксперимента б): модуль упругости бетона  $E_b$ , модуль деформации грунтов  $E$ , амплитуда сейсмического воздействия  $A$ .

В таблицах 1 и 2 представлены матрицы планирования экспериментов а) ( $2^2$ ) и б) ( $2^3$ ).

Таблица 1

**Матрица планирования эксперимента а)**

№ опыта	$x_0$	$E_b$	$E$	$\lambda_i$
1	+1	-1	-1	$\lambda_{i1}$
2	+1	-1	+1	$\lambda_{i2}$
3	+1	+1	-1	$\lambda_{i3}$
4	+1	+1	+1	$\lambda_{i4}$

Таблица 2

**Матрица планирования эксперимента б)**

№ опыта	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y$
1	+1	-1	-1	-1	$y_1$
2	+1	-1	-1	+1	$y_2$
3	+1	-1	+1	-1	$y_3$
4	+1	+1	-1	-1	$y_4$
5	+1	-1	+1	+1	$y_5$
6	+1	+1	-1	+1	$y_6$
7	+1	+1	+1	-1	$y_7$
8	+1	+1	+1	+1	$y_8$

При проведении эксперимента факторы принимали следующие значения:

модуль упругости бетона  $E_b$  –  $E_{b,\min}=1,842 \times 10^6$  Н/М<sup>2</sup>,  $E_{b,\max}=4,496 \times 10^6$  Н/М<sup>2</sup>,  $E_{b,\text{cp}}=3,122 \times 10^6$  Н/М<sup>2</sup>;

модуль деформации грунтового основания  $E$ :

основание 1 –  $E_{\min}=1,259 \times 10^3$  Н/М<sup>2</sup>,  
 $E_{\max}=4,829 \times 10^3$  Н/М<sup>2</sup>,  $E_{\text{cp}}=3,91 \times 10^3$  Н/М<sup>2</sup>;

основание 2 –  $E_{\min}=2,939 \times 10^3$  Н/М<sup>2</sup>,  
 $E_{\max}=1,127 \times 10^4$  Н/М<sup>2</sup>,  $E_{\text{cp}}=6,789 \times 10^3$  Н/М<sup>2</sup>;

амплитуда сейсмического воздействия

$A - A_{\min}=0,12$ ,  $A_{\max}=0,339$ ,  $A_{\text{cp}}=0,243$ .

Величина статистического разброса факторов оптимизации принималась:

для модуля упругости бетона – 16%;

для модуля деформации грунтового основания – 20%;

для амплитуды сейсмического воздействия – 20%.

Вид линейной модели, описывающий работу системы, будет следующий:

а)  $\lambda_i = b_0 + b_1 E_b + b_2 E$ , где  $i=x, y, w$ ;

б)  $\sigma = b_0 + b_1 E_b + b_2 E + b_3 A$ .

В таблицах 3 и 4 приведены значения коэффициентов  $b_j$  ( $j=0, 1, 2, 3$ ).

Таблица 3

**Значения коэффициентов  $b_j$  при определении частот собственных изгибно-крутильных колебаний**

№ тона		Коэффициенты $b_j$								
		основание 1			основание 2			без учёта работы основания		
		$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$
1	$b_0$	0,534	0,344	6,92	0,704	0,51	7,494	1,441	2,112	8,645
	$b_1$	0,047	0,014	1,241	0,081	0,03	1,445	0,316	0,463	1,897
	$b_2$	0,111	0,095	0,454	0,119	0,127	0,326			
2	$b_0$	1,043	0,535	25,66	1,59	0,862	32,039	9,027	13,241	54,198
	$b_1$	0,03	0,0058	2,847	0,069	0,014	4,359	1,981	2,905	11,898
	$b_2$	0,302	0,168	4,469	0,428	0,262	4,309			
3	$b_0$	1,667	0,821	50,101	2,624	1,339	67,117	25,277	37,072	151,756
	$b_1$	0,028	0,0048	3,972	0,068	0,012	6,991	5,547	8,135	33,304
	$b_2$	0,509	0,262	11,076	0,766	0,419	12,312			

4	b <sub>0</sub>	3,328	1,641	99,476	5,235	2,676	132,96	49,531	72,645	297,368
	b <sub>1</sub>	0,056	0,0093	7,985	0,138	0,025	13,99	10,87	15,942	65,258
	b <sub>2</sub>	1,014	0,523	21,85	1,525	0,837	24,179			

Таблица 4

**Значения коэффициентов b<sub>j</sub> при определении  
нормальных напряжений в наиболее нагруженной ветви**

Коэффициенты b <sub>i</sub>	основание 1	основание 2	без учёта работы основания
b <sub>0</sub>	9559,35	14270,00	12780,00
b <sub>1</sub>	4561,00	6808,80	6095,89
b <sub>2</sub>	643,57	971,30	-1456,36
b <sub>3</sub>	1835,82	2892,13	

В таблицах 5 и 6 приведены математические ожидания частот собственных изгибно-крутильных колебаний и максимальных нормальных напряжений в ветвях

Таблица 5

**Математические ожидания частот собственных изгибно-крутильных колебаний системы**

№ тона	Частота, с <sup>-1</sup>								
	основание 1			основание 2			без учёта работы основания		
	λ <sub>x</sub>	λ <sub>y</sub>	λ <sub>w</sub>	λ <sub>x</sub>	λ <sub>y</sub>	λ <sub>w</sub>	λ <sub>x</sub>	λ <sub>y</sub>	λ <sub>w</sub>
1	0,534	0,344	6,92	0,704	0,51	7 494	1,465	2,146	8,784
2	1,043	0,535	25,66	1,59	0,862	32,039	9,173	13,455	55,079
3	1,667	0,821	50,101	2,624	1,339	67,117	25,686	37,672	154,211
4	3,328	1,641	99,476	5,235	2,676	132,96	50,332	73,821	302,178

Таблица 6

**Математические ожидания максимальных нормальных напряжений в ветвях**

Номер ветви	Количество участков ветви	Номера точек начала и конца участков		Максимальные нормальные напряжения σ, кПа					
				основание 1		основание 2		без учёта работы основания	
		нач.	кон.	σ <sub>нач</sub>	σ <sub>кон</sub>	σ <sub>нач</sub>	σ <sub>кон</sub>	σ <sub>нач</sub>	σ <sub>кон</sub>
1	3	1	1	3771,9	3771,9	5636,0	5636,0	10818,7	10818,7
		1	2	3771,9	4028,5	5636,0	6030,2	10818,7	11572,1
		2	2	4028,5	4028,5	6030,2	6030,2	11572,1	11572,1
2	3	3	3	3668,4	3668,4	5486,8	5486,8	10753,1	10753,1
		3	4	3668,4	3766,3	5486,8	5627,6	10753,1	10825,3
		4	4	3766,3	3766,3	5627,6	5627,6	10825,3	10825,3
3	3	5	5	9409,0	9409,0	14060,0	14060,0	27085,7	27085,7
		5	6	9409,0	9416,9	14060,0	14080,0	27085,7	27057,2
		6	6	9416,9	9416,9	14080,0	14080,0	27057,2	27057,2
4	2	10	11	5134,6	5516,6	7667,9	8238,2	16026,8	17083,5
		11	11	5516,6	5516,6	8238,2	8238,2	17078,2	17083,5
5	4	7	7	3626,7	3626,7	5432,2	5432,2	10611,6	10611,6
		7	8	3626,7	3838,2	5432,2	5735,3	10611,6	10890,5
		8	8	3838,2	3838,2	5735,3	5735,3	10890,5	10890,5
		8	9	3838,2	4976,2	5735,3	7435,6	10890,5	14150,2

6	5	12	12	3955,0	3955,0	5915,2	5915,2	11330,7	11330,7
		12	13	3955,0	3835,6	5915,2	5731,3	11330,7	10969,9
		13	13	3835,6	3835,6	5731,3	5731,3	10969,9	10969,9
		13	14	3835,6	5728,8	5731,3	8559,8	10969,9	16395,4
		14	14	5728,8	5728,8	8559,8	8559,8	16395,4	16395,4
7	2	15	15	7793,6	7793,6	11650,0	11650,0	22574,1	22574,1
		15	16	7793,6	8172,9	11650,0	12220,0	22574,1	23622,2
8	4	17	18	8398,8	9545,3	12550,0	14260,0	24140,7	27421,5
		18	18	9536,5	9545,3	17020,0	14260,0	27400,6	27421,5
		18	19	9536,5	9559,4	17020,0	14280,0	27400,6	27420,5
		19	19	9550,7	9559,4	16960,0	14280,0	27398,5	27420,5

В таблицах 7 и 8 приведены дисперсии частот собственных изгибно-крутильных колебаний и максимальных нормальных напряжений в ветвях, которые определялись по формулам:

$$D\lambda = \left( \frac{\partial \lambda}{\partial E_b} \right)^2 \sigma_{E_b} + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial E} \right)^2 \sigma_E;$$

$$D\sigma = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial E_b} \right)^2 \sigma_{E_b} + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial E} \right)^2 \sigma_E + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial A} \right)^2 \sigma_A.$$

Таблица 7

**Дисперсии частот собственных изгибно-крутильных колебаний**

№ тона	Частота, с <sup>-1</sup>								
	основание 1			основание 2			без учёта работы основания		
	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$
1	0,0022	0,0014	0,259	0,003	0,0025	0,325	0,023	0,049	0,819
2	0,014	0,0042	4,159	0,028	0,01	5,566	0,893	1,921	32,184
3	0,038	0,01	20,511	0,088	0,023	29,696	7,000	15,056	252,293
4	0,153	0,04	80,171	0,347	0,104	115,607	26,876	57,814	968,724

Таблица 8

**Дисперсии максимальных нормальных напряжений в наиболее нагруженной ветви**

Максимальные нормальные напряжения $\sigma$ , кПа		
основание 1	основание 2	без учёта работы основания
70820	31220	58190

В таблицах 9 и 10 приведены значения величины статистического разброса частот собственных изгибно-крутильных колебаний и максимальных нормальных напряжений, которые вычисляются по формуле:

$$v = \frac{\sqrt{D}}{m},$$

где  $v$  – коэффициент вариации;

$\sqrt{D}$  – средне квадратичное отклонение (стандарт);

$m$  – математическое ожидание.

Таблица 9

**Статистический разброс значений частот собственных изгибно-крутильных колебаний.**

№ тона	Коэффициенты вариации								
	основание 1			основание 2			без учёта работы основания		
	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_w$
1	0,078	0,098	0,076	0,087	0,107	0,070	0,104	0,103	0,103
2	0,105	0,117	0,074	0,112	0,121	0,074	0,103	0,103	0,103
3	0,113	0,12	0,081	0,118	0,123	0,090	0,103	0,103	0,103
4	0,113	0,12	0,081	0,117	0,123	0,090	0,103	0,103	0,103

Таблица 10

**Статистический разброс значений расчётных максимальных нормальных напряжений в наиболее нагруженной ветви**

Коэффициенты вариации		
основание 1	основание 2	без учёта работы основания
0,186	0,185	0,189

Применение метода планирования эксперимента в сочетании с разработанной динамической моделью пространственной тонкостенной системы «сооружение-основание» позволяет оценить влияние случайного разброса жесткостных характеристик грунтового основания и элементов конструкции здания, а также амплитуды сейсмической нагрузки на величину статистического разброса значений частот собственных изгибно-крутильных колебаний и максимальных нормальных напряжений с меньшим количеством вычислений по сравнению с методом статистических испытаний.

Результаты вычислений, показывают, что при величине статистического разброса жесткостных характеристик здания на 16%, жесткостных характеристик грунтового основания на 20% и амплитуды сейсмического воздействия на 20%:

- величина статистического разброса значений частот собственных изгибно-крутильных колебаний системы для систем учитывающих совместную работу здания с основанием составляет 7...12,5%, причем, чем выше податливость основания, тем меньше разброс этих значений;
- величина статистического разброса значений частот собственных изгибно-крутильных колебаний системы для систем учитывающих только работу сооружения составляет примерно 10%;
- величина статистического разброса значений максимальных нормальных напряжений прак-

тически не зависит от величины податливости грунтового основания и составляет 18,5%, а для систем учитывающих только работу сооружения составляет примерно 19%.

**Примечания:**

1. Пшеничкина, В.А. Вероятностный расчёт пространственной системы «здание-основание» на сейсмические воздействия / В.А. Пшеничкина, А.А. Чураков // Современные проблемы фундаментостроения: Сборник трудов международной научно-технической конференции: В 4-х ч./ ВолгГАСА. – Волгоград, 2001. Часть 1-2. – с. 53-56.
2. Чураков, А. А. Оценка влияния податливости грунтового основания на собственные колебания системы «сооружение-основание» // Городские агломерации на оползневых территориях: Материалы международной научной конференции: В 2-х ч., 15-17 октября 2003 г., Волгоград / ВолгГАСА. – Волгоград, 2003 г. Часть 2. – с. 122-126.
3. Чураков, А.А. Анализ влияния учёта податливости грунтового основания на динамические и прочностные характеристики сооружения подвергающегося сейсмическому воздействию // Городские агломерации на оползневых территориях: Материалы III международной научной конференции: В 2-х ч., 14-16 декабря 2005 г., Волгоград / ВолгГАСУ. – Волгоград, 2005 г. Часть II. – с. 116-122.
4. Пшеничкина, В. А. Вероятностный расчёт зданий повышенной этажности на динамические воздействия. Волгоград, ВолгГАСА, 1996. – 118 с.