

УДК 530.12: 531.51

ББК 22.313

Ж 86

И.Н. Жукова

Исследование зависимости линейной поляризации излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны от ее интенсивности и поляризации

(Рецензирована)

Аннотация

Исследована мгновенная степень линейной поляризации глобального излучения заряда в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны как функция трех переменных: времени, интенсивности внешней волны и ее поляризации. Средняя по времени степень линейной поляризации глобального излучения исследована в зависимости от поляризации и интенсивности внешней волны. Вектор поляризации ориентирован вдоль направления распространения внешней волны.

Ключевые слова: вектор поляризации, степень линейной поляризации, σ и π компоненты излучения, мощность глобального излучения.

Задача о движении заряда в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны представляет интерес в связи с общностью постановки [1, 2]. Меняя параметр поляризации волны можно рассмотреть большой спектр частных случаев, включая линейную и круговую поляризации. Кроме того, при исследовании излучения можно различным образом ориентировать вектор поляризации.

Пусть плоская эллиптически поляризованная электромагнитная волна распространяется вдоль оси z лабораторной системы координат со скоростью c . Вектор напряженности электрического поля волны имеет вид:

$$\vec{E} = \sqrt{2}E_0(\vec{i} \cos \psi \cos \omega\xi + \vec{j} \sin \psi \sin \omega\xi), \quad (1)$$

где E_0 – амплитуда напряженности электрического поля; ω – частота волны; ψ – параметр, характеризующий поляризацию волны ($0 \leq \psi \leq \pi/2$), ξ – момент излучения.

Интенсивность волны будем характеризовать параметром $\gamma = \frac{eE_0}{\omega ct}$. При $\gamma \gg 1$ волна считается сильной, при $\gamma \ll 1$ – слабой.

В электромагнитном поле заданной плоской волны заряд e движется по определенной траектории. С зарядом удобно связать мгновенно сопутствующую систему координат (x', y', z') , начало которой совпадает с той точкой лабораторной системы координат (x, y, z) , в которой находился заряд в момент излучения ξ . Положение заряда в лабораторной системе координат задается радиус – вектором \vec{r} (рис. 1). Точка А, в которой в момент времени t наблюдается излучение заряда, удале-

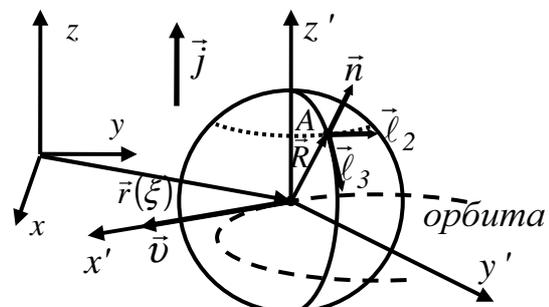


Рис. 1. Лабораторная и мгновенно сопутствующая системы координат

Точка А, в которой в момент времени t наблюдается излучение заряда, удале-

на на большое расстояние $R(\xi)$ от заряда по сравнению с длиной волны излучения. Моменты излучения ξ и наблюдения t связаны соотношением: $\xi = t - R(\xi)/c$.

При изучении линейной поляризации излучения вектор напряженности электрического поля излучения обычно раскладывают по двум ортогональным единичным ортам линейной поляризации [4, 5]:

$$\vec{E} = E_2 \vec{\ell}_2 + E_3 \vec{\ell}_3, \quad (2)$$

где $\vec{\ell}_{2,3}$ связаны с произвольно ориентированным единичным вектором поляризации \vec{j} и единичным вектором $\vec{n} = \frac{\vec{R}(\xi)}{R(\xi)}$, направленным от заряда к точке наблюдения т.о.:

$$\vec{\ell}_2 = \frac{[\vec{j}\vec{n}]}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{j})^2}}, \quad \vec{\ell}_3 = \frac{\vec{n}(\vec{n}\vec{j}) - \vec{j}}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{j})^2}} = [\vec{\ell}_2\vec{n}], \quad \vec{n} = [\vec{\ell}_3\vec{\ell}_2], \quad (\vec{n}\vec{\ell}_3) = (\vec{n}\vec{\ell}_2) = (\vec{\ell}_2\vec{\ell}_3) = 0. \quad (3)$$

Компоненты E_2 и E_3 определяют соответственно σ и π компоненты излучения, σ - компонента характеризует проекцию \vec{E} на плоскость, ортогональную вектору \vec{j} .

Угловое распределение мгновенной мощности излучения определяется выражением [3, с.258]:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{c}{4\pi} \vec{E}^2 R^2 (1 - (\vec{\beta}\vec{n}))^2, \quad (4)$$

где $\vec{\beta}(\xi) = \vec{v}(\xi)/c$, $\vec{v}(\xi)$ - скорость заряженной частицы.

Для описания поляризации излучения вводится специальная величина - степень линейной поляризации (далее - СЛП) p :

$$p = \frac{W_2 - W_3}{W_2 + W_3} = \frac{W_2 - (W - W_2)}{W} = \frac{2W_2}{W} - 1, \quad (5)$$

где $W_{2,3}$ - мгновенные мощности компонент глобального излучения, полученные из (4) интегрированием по телесному углу Ω [2]. Из (5) следует, что значения СЛП находятся в пределах $[-1, 1]$.

Мгновенная мощность глобального излучения, очевидно, не зависит от ориентации вектора поляризации \vec{j} и равна [7]:

$$W = W_2 + W_3 = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{w^2(1 - \beta^2) + (\vec{w}\vec{\beta})^2}{(1 - \beta^2)^3}, \quad (6)$$

где \vec{w} - ускорение заряда.

Как следует из (3) и (5), мощность σ - компоненты и СЛП существенно зависят от ориентации вектора поляризации \vec{j} .

Вектор поляризации излучения \vec{j} направим вдоль направления распространения внешней волны:

$$\vec{j} = (0, 0, 1). \quad (7)$$

Для этого выбора вектора поляризации в работе [6] приведены уравнения движения $\vec{r}(\xi)$, полученные в системе отсчета, в которой частица в среднем покоится ($\vec{\beta}_\perp = \vec{\beta}_z = 0$). Данный выбор системы отсчета дает дополнительную связь между интегралом движения $\alpha = \frac{1 - \beta_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} = const$ и параметром интенсивности внешней волны γ :

$$\alpha^2 = 1 + \gamma^2. \quad (8)$$

Полученными в работе [6] точными аналитическими выражениями для мгновенной W_2 и средней по времени $\overline{W_2}$ мощности σ - компоненты глобального излучения мы воспользуемся для нахождения мгновенной $p = p(\gamma, \psi, x)$ и средней по времени $\overline{p} = \overline{p}(\gamma, \psi)$ СЛП глобального излучения и проведем анализ полученных функциональных зависимостей.

Мгновенная мощность σ - компоненты излучения для $\vec{j} = (0, 0, 1)$ имеет вид [6]:

$$W_2 = \frac{e^2}{12c} \cdot \frac{\alpha^2}{CK \cdot CK0^3} \cdot (A0 + A1 \cos x + A2 \cos^2 x + A3 \cos^3 x + A4 \cos^4 x + A5 \cos^5 x), \quad (9)$$

где введены обозначения: $A0 = 2\alpha^2(7\alpha^8 - 8\alpha^6 + \alpha^4 - 6\eta^2\alpha^4 - 2\eta^2\alpha^2 - 2\eta^2)$;

$$A1 = \eta\alpha^2(35\alpha^6 - 52\alpha^4 + 5\alpha^2 - 30\alpha^2\eta^2 - 4\eta^2); \quad A2 = 2\alpha^2\eta^2(13\alpha^4 + 4 - 29\alpha^2 - 12\eta^2);$$

$$A3 = \eta^3(-28\alpha^2 + 2\alpha^4 + 1 - 6\eta^2); \quad A4 = -2\eta^4(3 + 2\alpha^2); \quad A5 = -\eta^5;$$

$$\eta = -\gamma^2 \cos(2\psi); \quad CK = 2\alpha^2 + \eta \cos x; \quad CK0 = \alpha^2 + \eta \cos x.$$

Мощность глобального излучения W в нашем случае равна:

$$W = \frac{2e^2\omega^2\alpha^2}{3c} \cdot (\gamma^2 - \eta \cos x). \quad (10)$$

Подставляя W_2 и W в выражение для СЛП (5), получаем зависимость мгновенной СЛП от интенсивности γ , поляризации внешней волны ψ и времени:

$$p = \frac{1}{4} \cdot \frac{(P0 + P1 \cos x + P2 \cos^2 x + P3 \cos^3 x + P4 \cos^4 x + P5 \cos^5 x)}{CK \cdot CK0^3 \cdot (\gamma^2 - \eta \cos x)}, \quad \text{где} \quad (11)$$

$$P0 = 2\alpha^2(3\alpha^8 - 4\alpha^6 + \alpha^4 - 6\eta^2\alpha^4 - 2\eta^2\alpha^2 - 2\eta^2);$$

$$P1 = \eta\alpha^2(15\alpha^6 - 24\alpha^4 + 5\alpha^2 - 30\alpha^2\eta^2 - 4\eta^2); \quad P2 = 2\alpha^2\eta^2(9\alpha^4 - 11\alpha^2 + 4 - 12\eta^2);$$

$$P3 = \eta^3(18\alpha^4 - 8\alpha^2 + 1 - 6\eta^2); \quad P4 = 2\eta^4(6\alpha^2 - 1); \quad P5 = 3\eta^5.$$

Фазовую переменную $x = 2\omega\xi$ будем для краткости называть фазой, определяющей положение заряда на орбите в момент времени ξ .

Проверка выражения (11) для частного случая волны круговой поляризации ($\psi = \pi/4$) приводит к известному в теории синхротронного излучения результату:

$$p = \frac{3}{4} - \frac{1}{4(1 + \gamma^2)}, \quad (12)$$

т.е., мгновенная глобальная СЛП не зависит от времени (от положения на орбите) и в нерелятивистском пределе $p_{\gamma \rightarrow 0} \rightarrow 1/2$, а в релятивистском пределе $p_{\gamma \rightarrow \infty} \rightarrow 3/4$.

Как следует из выражения (10) для мгновенной мощности глобального излучения, при движении электрона в поле линейно поляризованной электромагнитной волны в определенные моменты времени излучение отсутствует, т.к. в эти моменты времени ускорение заряда равно нулю. Для линейно поляризованной волны с $\psi = 0$ мгновенная мощность глобального излучения принимает нулевые значения при $x = \pi + 2\pi n$, а для линейно поляризованной волны с $\psi = \pi/2$ это имеет место при $x = 0 + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{N}$):

$$W = \frac{2e^2\alpha^2}{3c} \cdot (\gamma^2 - \eta \cos x) = 0 \Rightarrow (1 + \cos(2\psi)\cos(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \psi = 0; & x = \pi; \\ \psi = \pi/2; & x = 0. \end{cases}$$

В указанных точках понятие СЛП теряет смысл.

На рисунках 2-4 представлены зависимости мгновенной СЛП от времени $p = p(x)$ для внешней волны конкретной поляризации и интенсивности.

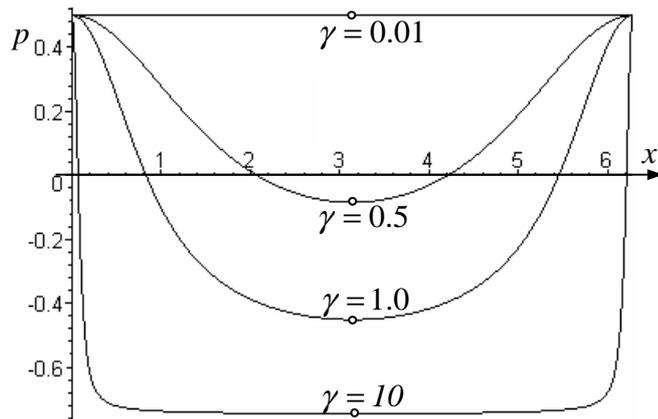


Рис. 2. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите для различных значений параметра интенсивности γ внешней линейно поляризованной ($\psi = 0$) электромагнитной волны. При $x = \pi$ заряд не излучает.

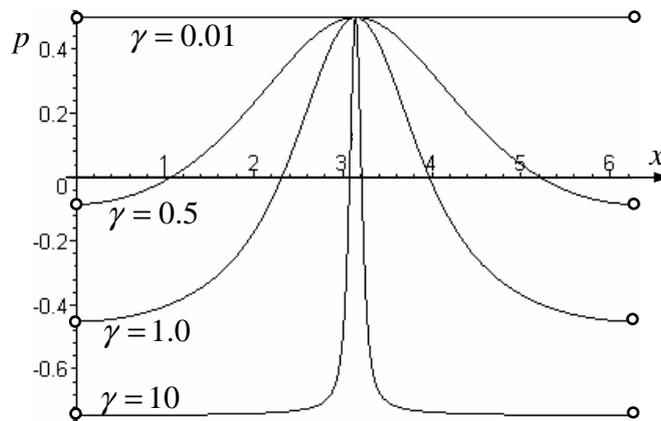


Рис. 3. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите для различных значений параметра интенсивности γ внешней линейно поляризованной ($\psi = \pi/2$) электромагнитной волны. При $x = 0, 2\pi$ заряд не излучает.

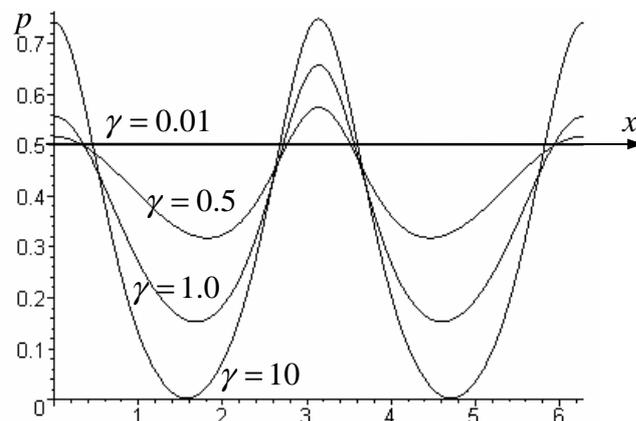


Рис. 4. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите для различных значений параметра интенсивности γ внешней эллиптически поляризованной ($\psi = \pi/8$) электромагнитной волны.

В нерелятивистском пределе $\gamma \rightarrow 0$ выражение (11) для СЛП после разложения в ряд по малому параметру $q = \sqrt{\gamma^2 / (\gamma^2 + 1)}$ с точностью до членов второго порядка малости принимает вид:

$$p = \frac{1}{2} + \frac{q^2 \langle 1 + 9 \cos^2(2\psi) \cos^2(x) - 10 \cos^2(2\psi) \rangle}{4(1 + \cos(2\psi) \cos(x))}, \quad (13)$$

откуда следует, что независимо от поляризации внешней волны мгновенная СЛП стремится к значению $p_{\gamma \rightarrow 0} = 0.5$, что хорошо видно на рисунках 2-4 при $\gamma = 0.01$.

В таблице 1 приведены предельные значения мгновенной СЛП в «контрольных» точках (ψ, x) , вычисленные по формуле (13) при $\gamma = 0.01$, а также результаты вычисления СЛП по точной формуле (11).

Таблица 1

ψ	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$
x	0	π	0	π
$P_{\gamma \rightarrow 0}$ по формуле (13)	$\frac{1}{2} + 0 \cdot q^2$	$\frac{1}{2} - \frac{9q^2}{2} = 0.49955$ $(\psi = 0, x \rightarrow \pi)$	$\frac{1}{2} - \frac{9q^2}{2} = 0.49955$ $(\psi = \pi/2, x \rightarrow 0)$	$\frac{1}{2} + 0 \cdot q^2$
		$\frac{1}{2} + \frac{q^2}{2} = 0.50005$ $(\psi \rightarrow 0, x = \pi)$	$\frac{1}{2} + \frac{q^2}{2} = 0.50005$ $(\psi \rightarrow \pi/2, x = 0)$	
$P_{\gamma \rightarrow 0}$ по формуле (11)	0.5(0)	0.49955 $(\psi = 0, x = 0.99\pi)$	0.49955 $(\psi = \pi/2, x = 0.01)$	0.5(0)
		0.50005 $(\psi = 0.01, x = \pi)$	0.50005 $(\psi = 0.99\pi/2, x = 0)$	

Графики зависимости мгновенной СЛП от положения на орбите $p(x)$ в нерелятивистском пределе при $\gamma = 0.01$ для различных значений поляризации внешней волны приведены на рисунке 5.

В релятивистском пределе ($\gamma \rightarrow \infty$) СЛП (11) после разложения в ряд по малому параметру $1/\gamma^2$ с точностью до членов первого порядка малости принимает вид:

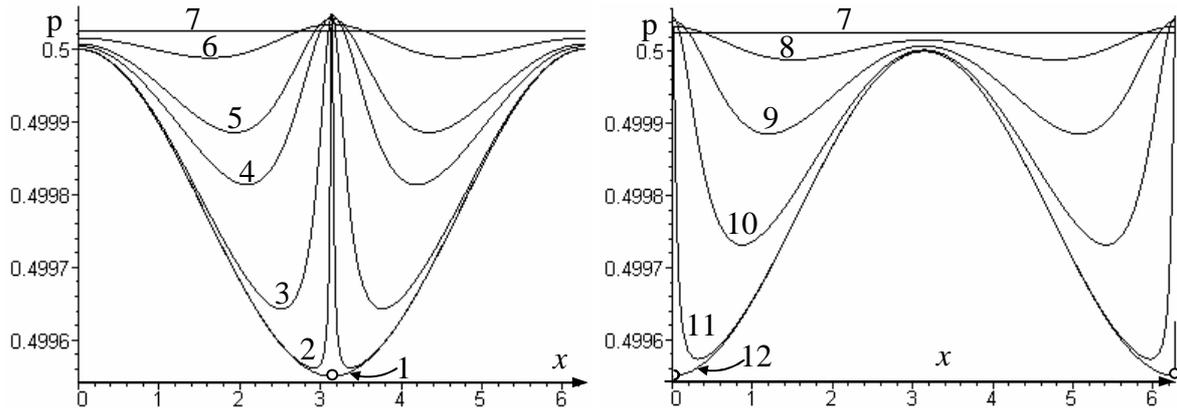


Рис. 5. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите в пределе слабой волны. Кривая с номером n соответствует внешней волне с поляризацией ψ_n :

Номер кривой	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ψ_n	0	$\frac{\pi}{256}$	$\frac{\pi}{32}$	$\frac{3\pi}{32}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{16}$	$\frac{63\pi}{128}$	$\frac{\pi}{2}$

$$p = p_0 + p_1/\gamma^2, \quad (14)$$

$$\text{где } p_0 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\cos^2(2\psi) \cdot \sin^2(x)}{\langle 1 - \cos^2(2\psi) \cos^2(x) \rangle},$$

$$p_1 = \frac{\cos(x) \langle 6 \cos^3(2\psi) - \cos(2\psi) \rangle + \cos^2(2\psi) \langle 6 \cos^2(x) - 8 \rangle - 5 \cos^3(2\psi) \cdot \cos^3(x) + 2}{4 \langle 3 \cos(2\psi) \cos(x) - 2 + \cos^2(2\psi) \cos^2(x) - 3 \cos^3(2\psi) \cos^3(x) + \cos^4(2\psi) \cos^4(x) \rangle}.$$

Из (14) следует, что для волны любой поляризации, кроме линейной, в моменты $x = 0$ и $x = \pi$ мгновенное значение СЛП равно $p_{\gamma \rightarrow \infty} = 3/4$. Это видно, например, на рисунке 4 для эллиптически поляризованной волны с параметром $\psi = \pi/8$.

Предельные значения мгновенной СЛП в точках $(\psi, x) = (0, \pi)$ и $(\psi, x) = (\pi/2, 0)$, вычисленные по формуле (14), приведены в таблице 2.

Формула (14) не применима для двух пар значений (ψ, x) : $(0, 0)$ и $(\pi/2, \pi)$. Предельные значения мгновенной СЛП в этих точках также приведены в таблице 2.

Для оценки надежности результатов, полученных по формуле (14), в таблице 2 приведены результаты вычисления СЛП по точной формуле (11) при $\gamma = 100$.

Таблица 2

ψ	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$
x	0	π	0	π
$p_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формуле (14)	$\frac{1}{2} + \frac{0}{\gamma^2}$	$-\frac{3}{4} + \frac{11}{24\gamma^2} = -0.74995$ ($\psi = 0, x \rightarrow \pi$)	$-\frac{3}{4} + \frac{11}{24\gamma^2} = -0.74995$ ($\psi = \pi/2, x \rightarrow 0$)	$\frac{1}{2} + \frac{0}{\gamma^2}$
		$\frac{3}{4} - \frac{1}{8\gamma^2} = +0.74999$ ($x = \pi, \psi \rightarrow 0$)	$\frac{3}{4} - \frac{1}{8\gamma^2} = +0.74999$ ($x = 0, \psi \rightarrow \pi/2$)	
$p_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формуле (11)	0.5(0)	-0.74995 ($\psi = 0, x = 0.99\pi$)	-0.74995 ($\psi = \pi/2, x = 0.01$)	0.5(0)
		+0.74999 ($x = \pi, \psi = 0.01$)	+0.74999 ($x = 0, \psi = 0.99\pi/2$)	

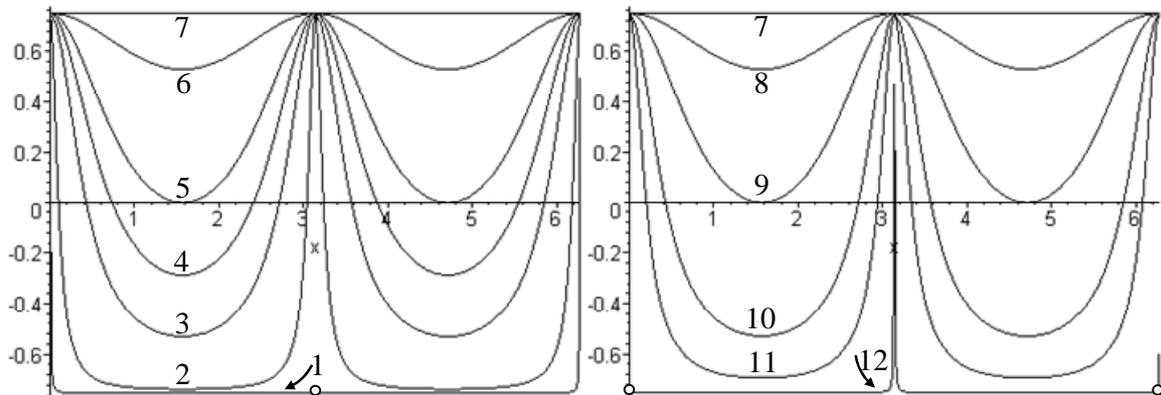


Рис. 6. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите в пределе сильной волны. Кривая с номером n соответствует внешней волне с поляризацией

ψ_n :

Номер кривой	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ψ_n	0	$\frac{\pi}{64}$	$\frac{\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{32}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{16}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{16}$	$\frac{30\pi}{64}$	$\frac{\pi}{2}$

Графики зависимости мгновенной СЛП от времени в релятивистском пределе при $\gamma = 100$ для различных поляризаций внешней волны приведены на рисунке 6.

Все указанные в таблицах 1 и 2 особенности поведения ЛСП $p = p(\gamma, \psi, x)$ вблизи контрольных точек (ψ, x) : $(0, 0)$, $(0, \pi)$, $(\pi/2, 0)$ и $(\pi/2, \pi)$ хорошо видны на графиках (рис. 5 и 6).

Размах значений мгновенной СЛП глобального излучения при изменении интенсивности волны иллюстрирует рисунок 7.

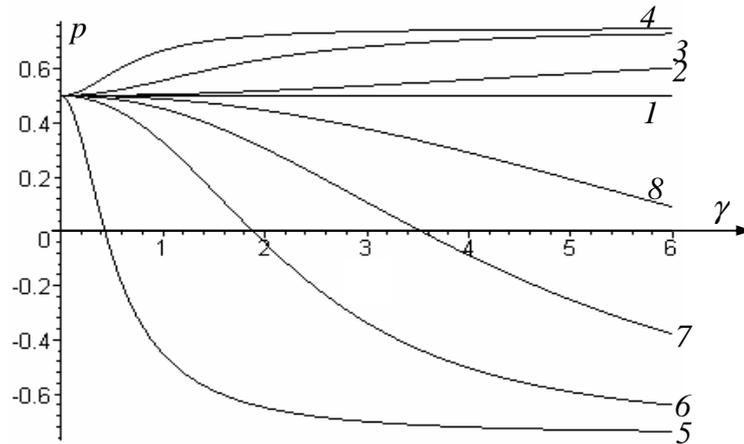


Рис. 7. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от интенсивности внешней волны. Характеристики кривой с номером n приведены ниже в таблице.

$n = 1$:	$\begin{cases} (\psi = 0, x = 0); \\ (\psi = \pi/2, x = \pi). \end{cases}$	$n = 2$: $(\psi = \pi/32, x = 0)$.
		$n = 3$: $(\psi = \pi/8, x = 0)$.
$n = 4$:	$\begin{cases} (\psi = 0.999\pi/2, x = 0); \\ (\psi = 0, x = 0.999\pi). \end{cases}$	$n = 6$: $(\psi = \pi/2, x = 7\pi/8)$.
		$n = 7$: $(\psi = \pi/2, x = 15\pi/16)$.
$n = 5$:	$\begin{cases} (\psi = \pi/2, x = 0.001); \\ (\psi = 0.001, x = \pi). \end{cases}$	$n = 8$: $(\psi = \pi/2, x = 31\pi/32)$.

Качественный характер зависимости СЛП от поляризации волны в точках, близких к контрольным точкам $(\psi, x) = (\pi/2, 0)$ и $(\psi, x) = (0, \pi)$ сохраняется в волне любой интенсивности (рис. 8 и 9), но интервал значений СЛП существенно различен в нерелятивистском и релятивистском случаях.

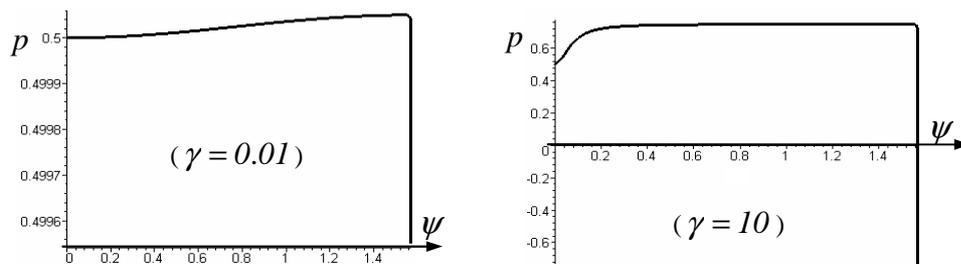


Рис. 8. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения от поляризации внешней волны в момент $x = 0.001$ в нерелятивистском $\gamma = 0.01$ и релятивистском $\gamma = 10$ пределах.

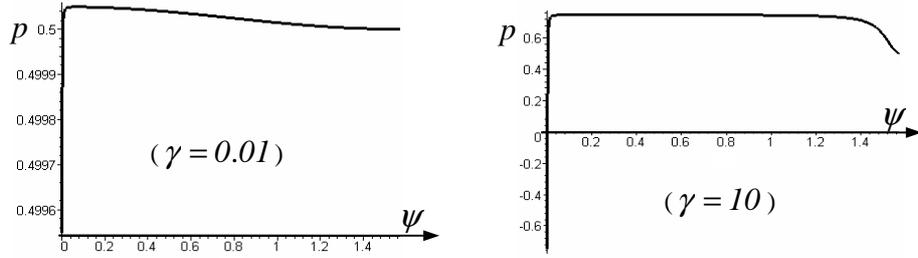


Рис. 9. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения от поляризации внешней волны в момент $x = 0.999\pi$ в нерелятивистском $\gamma = 0.01$ и релятивистском $\gamma = 10$ пределах.

Наконец, отметим еще одну особенность функциональной зависимости СЛП от поляризации внешней волны, которая наглядно представлена на рисунке 10. Здесь приведены зависимости $p(\psi)$ в различные моменты времени (для различных положений заряда на орбите) для нескольких значений интенсивности внешней волны. Видим, что в момент $x = 0$ (а также $x = \pi$) функция $p(\psi)$ является монотонной. Заметим, что этот вывод справедлив и в нерелятивистском пределе: при $\gamma = 0.1$ СЛП изменяется от $p_{\psi=0} = 0.500$ до $p_{\psi=\pi/2} = 0.505$. При всех иных значениях x функция $p(\psi)$ не является монотонной. В момент $x = \pi/2$ функция $p(\psi)$ является симметричной.

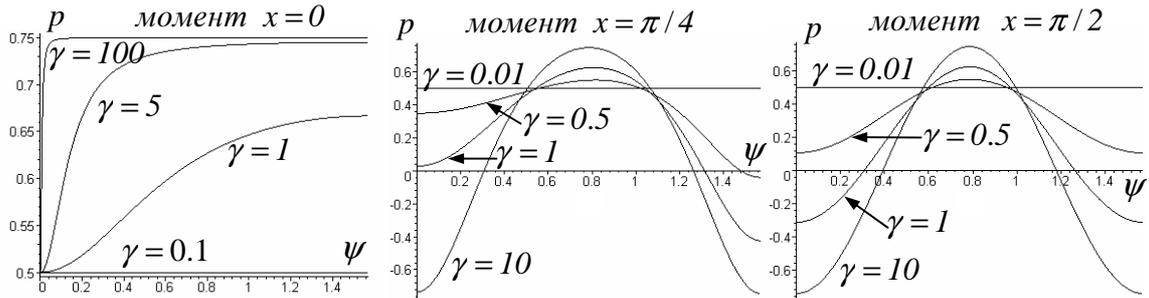


Рис. 10. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от поляризации внешней волны заданной интенсивности в фиксированный момент времени.

Теперь перейдем к обсуждению средней за оборот СЛП глобального излучения, которая определяется выражением:

$$\bar{p} = \frac{\bar{W}_2 - \bar{W}_3}{\bar{W}_2 + \bar{W}_3} = \frac{2\bar{W}_2}{\bar{W}} - 1. \quad (15)$$

Средняя по времени мощность глобального излучения имеет вид [6]:

$$\bar{W} = \frac{2e^2 \omega^2 \gamma^2}{3c} \left\{ \alpha^2 - \frac{\gamma^2 \cos^2(2\psi)}{4} \right\}. \quad (16)$$

Точные аналитические расчеты для случая $\vec{j} = (0, 0, 1)$ дают для средней по времени σ - компоненты мощности глобального излучения \bar{W}_2 следующее выражение [6]:

$$\bar{W}_2 = \frac{e^2 \omega^2}{24c} \left\{ 8\alpha^4 - \frac{13\eta^2}{2} - 10\alpha^2 + 1 + \frac{\alpha^2 + 6\alpha^2(\alpha^4 - \alpha^2 - \eta^2)}{(\alpha^4 - \eta^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{2\alpha^2 \eta^2}{(\alpha^4 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}} \right\}. \quad (17)$$

Подставляя \bar{W} из (16) и \bar{W}_2 из (17) в выражение для \bar{p} (15), получаем:

$$\bar{p} = \frac{1}{(4\alpha^2\gamma^2 - \eta^2)} \left[\frac{(2 - 4\alpha^2 - 9\eta^2)}{4} + \frac{(\alpha^2 - 6\alpha^4)}{2\sqrt{\alpha^4 - \eta^2}} - \frac{\alpha^2\eta^2}{(\alpha^4 - \eta^2)^{3/2}} + 3\alpha^2\sqrt{\alpha^4 - \eta^2} \right]. \quad (18)$$

Для волны круговой поляризации ($\eta = 0$) средняя по времени СЛП (18) равна:

$$\bar{p} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4(1 + \gamma^2)}. \quad (19)$$

Предельные значения СЛП (19) в нерелятивистском ($\bar{p}_{\gamma \rightarrow 0} \rightarrow 1/2$) и релятивистском ($\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} \rightarrow 3/4$) пределах согласуются с результатами работы [7]. Как видим, в случае круговой поляризации внешней электромагнитной волны мгновенная (12) и средняя (19) СЛП глобального излучения совпадают для любых значений γ . Этот вывод очевиден из общих соображений и позволяет судить о надежности результатов (11) и (18).

На рисунке 11 представлена зависимость $\bar{p}(\psi)$ для различных интенсивностей внешней волны. Видим, что функция $\bar{p}(\psi)$ является немонотонной и симметричной. Насколько быстро меняется угол наклона касательной к графику $\bar{p}(\psi)$ вблизи граничных значений параметра ψ с ростом интенсивности волны видно из рисунка 11 б.

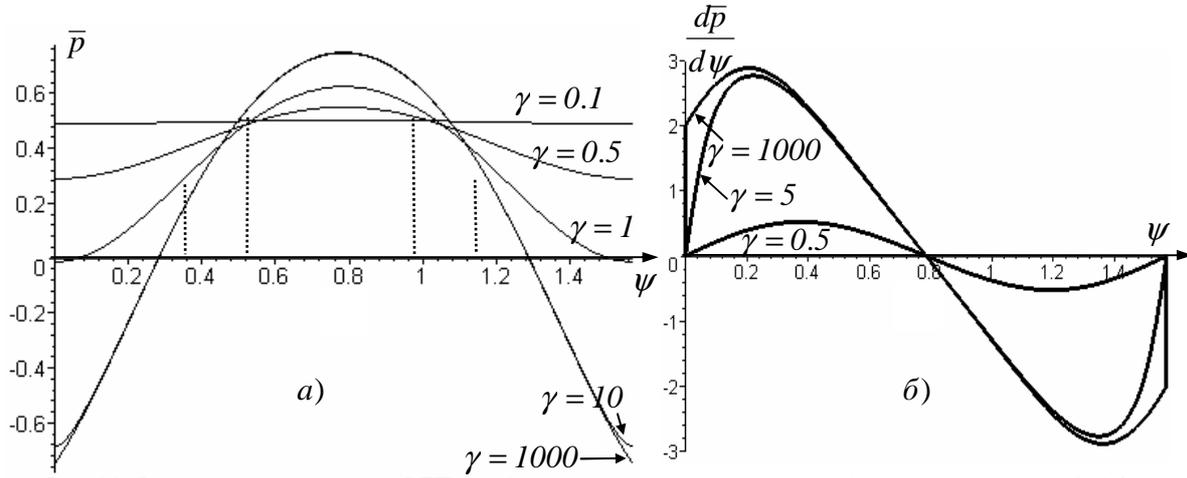


Рис.11. Зависимость средней СЛП глобального излучения \bar{p} (рис.а) и производной $d\bar{p}/d\psi$ (рис.б) от поляризации внешней волны для различных значений интенсивности γ .

Значения параметра поляризации ($0 \leq \psi \leq \pi/2$) можно разделить на три области: при фиксированном значении ψ СЛП может возрастать с ростом интенсивности внешней волны, может убывать и может иметь экстремум. На рисунке 11 а области значений ψ , соответствующие немонотонному характеру зависимости $\bar{p}(\gamma)|_{\psi}$, выделены пунктирными линиями: ($0.39 \leq \psi \leq 0.56$) и ($1.01 \leq \psi \leq 1.18$). Значения параметра интенсивности волны γ , при которых функция $\bar{p}(\gamma)$ имеет минимум, а также минимальные значения самой функции $\bar{p}(\gamma)$ приведены в таблице 3. На рисунке 12 область кривых $\bar{p}(\gamma)$, имеющих минимум при некотором значении γ_m , помечена звездочкой.

Таблица 3

ψ	γ_m	$\bar{p}(\psi, \gamma_m)$	ψ	γ_m	$\bar{p}(\psi, \gamma_m)$
0.3900	23.07	0.2783	0.5600	0.2032	0.4998
$\pi/8 = 0.3927$	10.29	0.2846	1.010	0.1863	0.4998
$\pi/6 = 0.5236$	0.6628	0.4864	1.180	15.66	0.2802

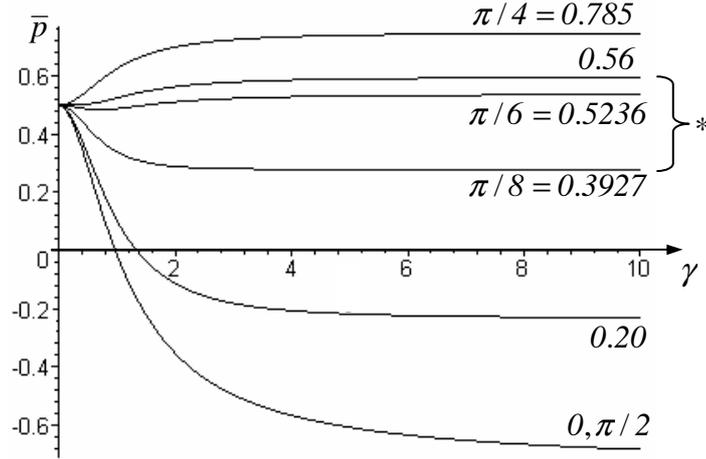


Рис. 12. Зависимость средней СЛП глобального излучения от интенсивности волны для различных значений параметра поляризации волны.

В нерелятивистском пределе поведение СЛП $\bar{p}_{\gamma \rightarrow 0} = \bar{p}(\psi, \gamma)$ описывается приближенной формулой, полученной при разложении (18) в ряд по малому параметру q :

$$\bar{p}_{\gamma \rightarrow 0} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} - \frac{11}{8} \cdot \cos^2(2\psi) \right) q^2. \quad (20)$$

В таблице 4 сопоставлены значения средней СЛП, полученные по точной (18) и приближенной (20) формулам при различных значениях интенсивности волны γ . Жирным шрифтом выделены те значения средней СЛП, которые с точностью до 5 значащих цифр совпали по результатам использования точной и приближенной формул.

Таблица 4

γ	ψ	$0, \pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/8$
0.2	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формуле (23)	0.45673	0.49639	0.50962	0.48317
0.01		0.49989	0.49999	0.50003	0.49996
0.001		0.50000	0.50000	0.50000	0.50000
0.2	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формуле (21)	0.45738	0.49666	0.50962	0.483363
0.01		0.49990	0.49999	0.50002	0.49996
0.001		0.50000	0.50000	0.50000	0.50000

В релятивистском пределе для линейно поляризованной волны ($\psi = 0, \pi/2$) средняя СЛП глобального излучения с точностью до членов первого порядка малости имеет вид:

$$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{9}{4} - \frac{9}{4 - \cos^2(2\psi)} + \frac{1}{\gamma} \frac{(6 - \cos^2(2\psi))}{2\sqrt{2}(4 - \cos^2(2\psi))} = -\frac{3}{4} + \frac{5}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\gamma}. \quad (21)$$

Для остальных значений параметра поляризации ($0 < \psi < \pi/2$) средняя СЛП глобального излучения с точностью до членов второго порядка малости равна:

$$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{9}{4} + \frac{3 \sin(2\psi) - 9}{4 - \cos^2(2\psi)} + \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{3 \sin(2\psi) - 1}{4 - \cos^2(2\psi)} \right). \quad (22)$$

В таблице 5 приведены предельные значения средней СЛП, вычисленные по формулам (21) и (22) для различных значений интенсивности волны γ . Здесь же приведены результаты вычисления средней СЛП по точной формуле (18), которые позволяют

оценить надежность результатов, полученных по формулам (21) и (22). Жирным шрифтом выделены те значения СЛП, которые с точностью в 5 значащих цифр совпали по результатам использования точной (18) и приближенных (21) и (22) формул.

Таблица 5

γ	ψ	$0, \pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/8$
10	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формулам (24) и (25)	- 0.69107	0.54708	0.75500	0.28787
100		- 0.74411	0.54286	0.75005	0.28469
1000		- 0.74941	0.54282	0.75000	0.28466
10	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty}$ по формуле (21)	- 0.68468	0.54132	0.74752	0.28464
100		- 0.74404	0.54281	0.74998	0.28466
1000		- 0.74941	0.54282	0.75000	0.28466

В таблице 6 приведены предельные значения СЛП, вычисленные по формуле (22) для значений параметра поляризации ψ , использованных при построении графиков, приведенных на рисунке 12. Видно, что приведенные в таблице 6 значения СЛП хорошо согласуются с рисунком 12.

Таблица 6

ψ	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{9}{4} + \frac{3 \sin(2\psi) - 9}{4 - \cos^2(2\psi)}$	ψ	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{9}{4} + \frac{3 \sin(2\psi) - 9}{4 - \cos^2(2\psi)}$
$\frac{\pi}{4} = 0.785$	$\frac{3}{4}$	$\frac{\pi}{8} = 0.3927$	0.28466
0.56	0.59661	0.20	-0.23497
$\frac{\pi}{6} = 0.5236$	0.5428	$0, \frac{\pi}{2}$	$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = -\frac{3}{4}$

Как видно из рис. 12, в слабой волне поляризация не влияет на среднюю по времени СЛП глобального излучения заряда. В этом случае при всех значениях ψ излучается преимущественно σ - компонента и $\bar{p} = 0.5$. В сильной волне ($\gamma \gg 1$) поляризация существенно влияет на среднюю СЛП. Например, в поле линейно поляризованной волны заряд излучает преимущественно π - компоненту, а при $\gamma \approx 0.974$ излучение не поляризовано и $\bar{p} = 0$. Для волны эллиптической поляризации, например, при $\psi = \pi/3$ или $\psi = \pi/6$ СЛП при изменении интенсивности волны изменяется незначительно вблизи значения $\bar{p} \sim 0.5$ и при любом значении параметра γ излучается преимущественно σ - компонента. А, например, при значениях $\psi = 0.282$ или $\psi = 1.288$ излучение в релятивистском пределе не поляризовано вовсе ($\bar{p} = 0$)!

Таким образом, мгновенная $p(\gamma, \psi, x)$ и средняя по времени $\bar{p}(\gamma, \psi)$ степени линейной поляризации глобального излучения заряда в общем случае различны и существенно зависят от интенсивности и поляризации внешнего электромагнитного поля волны.

Автор благодарит профессора Томского госуниверситета В.Г. Багрова за интерес к работе и полезные обсуждения.

Примечания:

1. Багров В.Г. Некоторые вопросы классической теории излучения / В.Г. Багров, Ю.А. Маркин // Изв. вузов. Физика. - 1967. - Вып. 5. – С. 37-42.
2. Багров В. Г. Линейная поляризация излучения произвольно движущегося заряда / В.Г. Багров, Ю.И. Клименко // Вестник Московского университета. - 1969. - №3. - С. 104-107.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. - М.: Наука, 1988. – 512 с.
4. Синхротронное излучение: Сб. статей / Под ред. А.А. Соколова и И.М. Тернова. - М.: Наука, 1966. - 228 с.
5. Теория излучения релятивистских частиц / Под ред. В.А. Бордовицына. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 576 с.
6. Жукова И.Н. Некоторые особенности линейной поляризации излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны // Труды ФОРА – 2005. - №10. – С. 36-43.
7. Тернов И. М. Излучение релятивистского заряда в электромагнитном поле плоской волны / И.М. Тернов, В.Г. Багров, А.М. Хапаев // Изв. вузов. Физика. – 1967. - Вып. 8. – С. 77-84.