

УДК 539.166.2

ББК 22.382.35

Б 42

И.З. Бекулова, Р.М. Кешев, М.Х. Хоконов

**Энергетические потери и эффект подавления излучения
жёстких гамма квантов при энергиях электронов
до нескольких ТэВ в ориентированных кристаллах**

(Рецензирована)

Аннотация

Теоретически изучены особенности энергетических потерь электронов с энергиями до нескольких ТэВ в ориентированных кристаллах (ОК), а также зависимость выхода жёстких гамма квантов, излучаемых электронами с энергиями свыше 100 ГэВ, при прохождении их через ОК от толщины мишени и энергии пучка. Предсказывается эффект подавления выхода жёстких фотонов в ОК по сравнению с аморфными мишенями той же толщины.

Ключевые слова: жесткие гамма-кванты, ориентированные кристаллы, каналирование, потери энергии на излучение.

Потери энергии на жёсткое гамма излучение ультрарелятивистских электронов, движущихся под малыми углами $\theta_e \sim \theta_L$ к кристаллографическим осям, может достигать значительной доли от первоначальной их энергии при толщинах мишеней значительно меньших радиационной длины в аморфной мишени, здесь $\theta_L = (4Ze^2/dE)^{1/2}$ – критический угол Линдхарда, Z – атомный номер кристалла, d – расстояние между атомами в атомной цепочке вдоль выбранного направления в кристалле, E – энергия электрона. Это происходит при энергиях электронов ~ 100 ГэВ [1]. Ориентированный кристалл (ОК) интересен тем, что электростатическое поле непрерывного потенциала атомной цепочки, действующего на электрон можно считать сильным полем. Это означает, что безразмерный инвариант Швингера χ может быть порядка единицы и больше, здесь $\chi = \hbar F \gamma / m^2 c^3$ [2], где γ – Лоренц фактор электрона, m – его масса покоя, $F = |\nabla U(\rho)|$ – сила, действующая на электрон, U – потенциал поля атомной цепочки, зависящий только от расстояния ρ до неё. Типичные значения силы для кристаллографического направления, в котором расстояние между соседними атомами равно d , есть

$$F = |\nabla U(\rho)| \approx Ze^2 / da_F, \quad (1)$$

где a_F – параметр экранирования Томаса-Ферми. Для различных кристаллов $F \sim 10^2 - 10^3$ eV/Å, что даёт $\chi \sim 1$ уже при энергиях электронов $E \approx 150$ ГэВ. Спектр интенсивности излучения при таких энергиях представляет собой суммарный эффект вклада от многих гамма квантов, излучённых одним электроном за время прохождения его через кристалл. Анализ таких процессов (каскадных процессов) был проведён в [3]. При численных расчётах, связанных с ОК, для параметра χ удобно пользоваться выражением $\chi = 1,487 \cdot 10^{-2} FE_{TeV}$, где сила задана в eV/Å, а энергия электрона в ТэВ.

В настоящей работе проводится анализ характера потерь энергии на излучение при энергиях электронов до нескольких ТэВ в ОК и предсказывается эффект подавления выхода гамма квантов в крайне жёсткой части спектра по сравнению с аморфными мишенями той же толщины.

Если угол θ_e между вектором скорости электрона и атомной цепочкой не превышает нескольких критических углов θ_L , то можно считать, что за время излучения фотона поперечное смещение электрона относительно цепочки атома незначительно и, следовательно, сила, действующая на электрон слабо меняется за время излучения. Тогда, процесс излучения можно описывать в приближении постоянного поля (ППП) с учётом эффектов квантовой отдачи фотона при излучении и влияния спина электрона [2]. Это приводит к возможности использовать известные квантовые формулы для синхротронного излучения, полученные Клепиковым Н.Г. [4]. В работах [3, 5] методом мнимого времени было найдено удобное представление для формул синхротронного излучения, не содержащее специальных функций. Так, число фотонов, излучаемых на единице длины с учётом квантовых эффектов имеет вид [3, 5]:

$$\frac{d^2N}{d\hbar\omega dz} = \frac{\alpha}{\pi\hbar c\gamma^2} \int_0^\infty \left[\frac{9+36x^2+16x^4}{9+12x^2} + \frac{u^2}{1-u} \left(1 + \frac{2x^2}{3} \right) \right] \exp R(x) \frac{dx}{\sqrt{1+x^2/3}}, \quad (2)$$

где $u = \hbar\omega/E$ – энергия фотона, выраженная в единицах энергии электрона E , $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры,

$$R(x) = -\xi \left(1 + 4x^2/3 \right) \sqrt{1+x^2/3}, \quad (3)$$

ξ – квантовый синхротронный параметр

$$\xi = \frac{2u}{3\chi(1-u)}. \quad (4)$$

Если энергия фотона много меньше энергии электрона $\hbar\omega \ll E$ (или $u \ll 1$), то $\xi \approx 2\omega/3\Omega\gamma^3$ и выражение (2) в точности переходит в известное классическое выражение для спектра синхротронного излучения (см. [5]), здесь Ω – частота вращения электрона по окружности. В нашем случае мгновенный радиус кривизны траектории электрона равен $R = E/F$, и $\Omega = v/R$, где $v \approx c$ – скорость электрона, c – скорость света.

Второй член в квадратных скобках подинтегрального выражения в (2) связан с вкладом спина в излучение. Потери энергии на излучение на единице длины можно получить из (2)

$$\frac{dE}{dz} = \int_0^E \hbar\omega \frac{d^2N}{d\hbar\omega dz} d\hbar\omega, \quad (5)$$

здесь и в дальнейшем z – глубина проникновения электрона в кристалл.

Формулы (2), (5) приводят к сложным выражениям для потерь энергии на единице длины. В работе [6] была найдена простая аппроксимация для отношения величины (5) к потерям энергии на излучения, рассчитанным в рамках классической электродинамики

$$\frac{dE}{dz} = \left(\frac{dE}{dz} \right)_{CLASS} \lambda(\chi), \quad (6)$$

где классические потери энергии можно записать как

$$\left(\frac{dE}{dz} \right)_{CLASS} = \frac{2}{3} \frac{mc^2}{a_0} \chi^2, \quad (7)$$

$a_0 = \hbar^2 / me^2 = 0.53 \text{ \AA}$ – радиус первой боровской орбиты, а величина λ зависит только от инварианта χ :

$$\lambda^{-1} = 1 + a\chi^{2/3} + b\chi^{4/3}, \quad (8)$$

$a = 3.06$, $b = 1.80$. Точность аппроксимации (8) подробно анализируется в [6] и составляет не менее 1 % вплоть до $\chi \approx 200$.

Формулы (6)-(8) позволяют рассчитать энергию электрона E , движущегося в постоянном внешнем поле на глубине z , если начальная энергия равна E_0 . Результат представляет собой трансцендентное уравнение относительно параметра $\eta = E/E_0$

$$gz = \chi_0^{-1}(\eta^{-1} - 1) + 3a\chi_0^{-1/3}(\eta^{-1/3} - 1) + 3b\chi_0^{1/3}(1 - \eta^{1/3}), \quad (9)$$

где $g = (2/3)\alpha F/(mc^2)$, χ_0 есть значение параметра Швингера, взятого для начальной энергии электрона E_0 . В реальных условиях нельзя считать, что электрон при движении через кристалл всё время движется в постоянном поле и на него всё время действует одна и та же сила F . Тем не менее, как будет видно из дальнейшего, простое выражение (9) адекватно описывает характер энергетических потерь и их зависимость от первоначальной энергии пучка и толщины кристалла. При этом в качестве силы F следует взять некоторую среднюю силу, определяемую с точностью до множителя порядка единицы выражением (1). Выражение (9) даёт классический предел при $a = b = 0$. В этом случае относительные потери энергии на излучение стремятся к единице при фиксированной толщине мишени и $E_0 \rightarrow \infty$.

Гамма излучение в ОК представляет собой сумму вкладов двух составляющих – некогерентного тормозного излучения (ТИ) на отдельных атомах, описываемого теорией Бёте-Гайтлера, и когерентного излучения на непрерывном потенциале атомных цепочек, описываемого формулами (2)-(8). Некогерентное ТИ определяется выражением Бёте-Гайтлера для числа фотонов, излучённых в заданный интервал энергий фотонов на единице длины пути:

$$\frac{d^2 N}{dudl} = \frac{4}{3u} \left(1 - u + \frac{3}{4} u^2 \right), \quad (10)$$

где $l = z/L$, L – не зависящая от энергии радиационная длина в аморфной мишени.

Нами проводилось компьютерное моделирование процесса прохождения и излучения электронов в ОК с учётом многократного некогерентного рассеяния их на тепловых колебаниях атомов. Сечения когерентного излучения рассчитывались нами в ППП по формуле (2), а метод компьютерного моделирования изложен в [6]. При рассматриваемых энергиях ППП завышает выход мягких фотонов с $\omega < 0.1E$ [7], что не существенно для изучаемого нами вопроса. В основной части спектра ППП даёт вполне адекватные результаты.

Сечение некогерентного излучения в ОК определяется формулой Бёте-Гайтлера (10), причём следует учесть эффект пространственного перераспределения электронов в канале, что приводит к увеличению сечения ТИ в ОК в $S_0/S(\varepsilon)$ раз по сравнению с (10), здесь $S_0 = (Nd)^{-1}$ – поперечная площадь, приходящаяся на одну атомную цепочку, N – число атомов вещества в единице объёма кристалла, $S(\varepsilon)$ – поперечная площадь вблизи цепочки, доступная электрону с поперечной энергией ε . Применимость такого приближения для некогерентного излучения в ОК изучено в [8, 9]. Некогерентное тормозное излучение не скажется на интерпретации экспериментов по измерению полных потерь энергии на излучение и спектра интенсивности, так как его вклад в основную часть спектра мал по сравнению с вкладом когерентной части. Однако, если нас интересует спектр одиночных жёстких фотонов с энергиями $\hbar\omega \sim E_0$, то может оказаться, что в этой части спектра некогерентный вклад в излучение является определяющим [6].

На рисунке 1 показана зависимость потерь энергии на излучение от угла влёта электронов в кристалл алмаза, ориентированного вдоль оси $\langle 110 \rangle$, т.е. угол влёта θ_{in} отсчитывается от этого направления. Светлые символы представляют экспериментальные данные [10], чёрные символы – результат численного моделирования. Энергия электронов 149 ГэВ, толщина кристалла 700 мкм. Видно, что ППП несколько завышает результат для больших углов влёта, однако в целом это приближение вполне адекватно отражает реальную ситуацию и даёт хорошие количественные результаты. Наилучшее согласие достигается при нулевом угле падения.

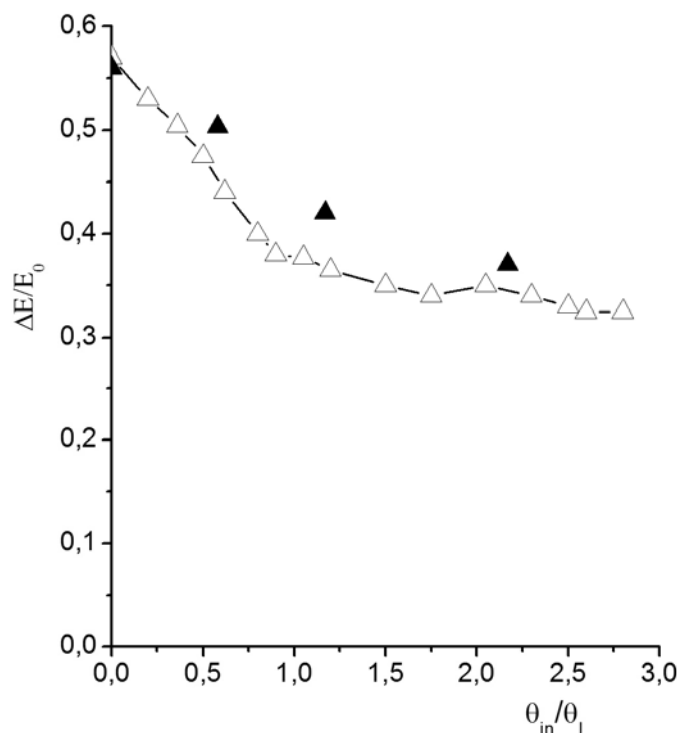


Рис. 1. Зависимость потерь энергии на излучение (в единицах первоначальной энергии) для электронов с энергией 149 ГэВ от угла влёта в кристалл алмаза (в единицах критического угла θ_L) вдоль направления $\langle 110 \rangle$. Толщина кристалла 700 мкм. Светлые символы – эксперимент [10], чёрные – расчёт.

В работе [6] изучена зависимость радиационной длины электронов в ориентированных кристаллах (т.е. длины, на которой электроны теряют половину своей энергии на излучение). Важным результатом работы [6] является то, что количественно правильные результаты можно получить, если исходить из простых формул, аналогичных (6)-(8), если в качестве силы F взять некоторое эффективное значение.

В таблице приводятся результаты расчёта энергетических потерь на излучение (в единицах первоначальной энергии) в кристалле кремния в зависимости от энергии пучка. Расчёт проводился по формуле (9) при значениях эффективной силы, указанных в таблице. Эти значения совпадают с (1) с точностью до множителя порядка единицы. Величина относительных потерь энергии связана с параметром η в (9) как $\Delta E/E_0 = 1 - \eta$. Для сравнения в таблице приводятся результаты расчёта путём компьютерного моделирования, которое подтверждает адекватность простой модели, основанной на выражении (9).

Результаты, представленные в таблице, показывают, что при высоких энергиях в несколько ТэВ, возможна, казалось бы, парадоксальная ситуация, когда потери энергии в кристалле с фиксированной толщиной будут уменьшаться по мере увеличения энер-

гии пучка. Такое поведение кривой энергетических потерь является следствием квантовых эффектов в излучении. Полная вероятность излучения фотона на единице длины определяется выражением (2), проинтегрированным по энергиям излучаемого фотона, т.е. по u . Эта вероятность уменьшается по мере роста энергии электрона, хотя вероятность излучить более жёсткий фотон при этом увеличивается. Именно с уменьшением вероятности излучения с ростом энергии обусловлен эффект уменьшения относительных энергетических потерь с ростом энергии пучка.

Таблица

Энергетические потери электронов $\Delta E / E_0$ в кристалле кремния при различных энергиях электронного пучка и толщинах кристалла

| Энергия ТэВ | 0.15 | 0.24 | 0.50 | 0.75 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 8 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| кремний <110>, 1400 мкм | | | | | | | | | | |
| Моделирование | 0.58 | 0.66 | 0.76 | 0.80 | 0.82 | 0.86 | 0.87 | 0.88 | | |
| $F = 102 \text{ eV/\AA}$ | 0.62 | 0.69 | 0.79 | 0.83 | 0.85 | 0.89 | 0.91 | 0.91 | | |
| $F = 95 \text{ eV/\AA}$ | 0.58 | 0.66 | 0.76 | 0.80 | 0.82 | 0.87 | 0.89 | 0.90 | 0.905 | 0.916 |
| кремний <110>, 600 мкм | | | | | | | | | | |
| $F = 95 \text{ eV/\AA}$ | 0.35 | 0.42 | 0.52 | 0.56 | 0.59 | 0.64 | 0.652 | 0.657 | 0.656 | 0.648 |

Экспериментальные [11,12] и теоретические [8,9] исследования при относительно низких энергиях показывают, что в ОК при энергиях электронов порядка 1 ТэВ имеет место увеличение выхода гамма излучения в жёсткой части спектра $\hbar\omega \sim E$ по сравнению с аморфной мишенью той же толщины. Это явление связано с изменением характера некогерентного взаимодействия налетающего электрона с атомами кристаллической решётки. В отличие от аморфной среды, распределение электронов по числу некогерентных взаимодействий с атомами кристалла существенно отличается от пуассоновского [8]. Именно, эффект пространственного перераспределения потока электронов в поперечной плоскости приводит к «прижиманию» их к атомным цепочкам и, соответственно, к сильному увеличению числа нескоррелированных между собой взаимодействий с атомами. Следствием этого является увеличение выхода некогерентного излучения примерно на 20 – 50 % по сравнению с аморфной мишенью той же толщины. Усиление выхода ТИ в кристаллах может иметь место даже при больших их толщинах $z \gg z_c$, что составляет $\sim (100 \div 1000)$ мкм при энергиях ~ 1 ТэВ, здесь $z_c = \theta_L^2 / (\delta\theta^2 / \delta z)_R$ – характерная длина деканализирования, $(\delta\theta^2 / \delta z)_R$ – среднеквадратичный угол многократного рассеяния на единице длины в аморфной мишени.

Увеличение энергии электрона приводит к уменьшению роли многократного рассеяния. Одновременно, увеличивается роль каналированной фракции пучка, а следовательно, и выход некогерентного ТИ. Как будет видно из дальнейшего, при увеличении энергии электронов до 100 ТэВ и выше ситуация меняется на противоположную. Вместо ожидаемого увеличения выхода гамма квантов в крайне жёсткой части спектра $\hbar\omega \sim (0,8 \div 1)E_0$ происходит, наоборот, его подавление. Это связано с увеличением роли когерентного излучения по мере роста энергии электронов. Когерентное излучение на непрерывном потенциале атомной цепочки кристалла приводит к перекачке энергии излучения в относительно мягкую часть спектра, так что, начиная с энергий в несколько десятков ТэВ выход жёстких фотонов оказывается подавленным по сравнению с аморфными мишенями той же толщины. Эффект подавления жёстких фотонов в ОК

при энергиях свыше 100 ГэВ тем более не очевиден, что спектр интенсивности излучения имеет максимум именно в этой области [1]. Предсказываемый нами эффект экспериментально до сих пор не наблюдался из-за трудностей с измерением энергий отдельных фотонов в условиях высокой кратности излучения [3,10]. В [6] изучалась жёсткая часть спектра излучения в ОК при рассматриваемых в данной работе энергиях, причём выход излучения в ОК сравнивался с толстыми аморфными мишенями с целью выяснения эффективности ОК как генератора жёстких гамма квантов. В данной работе сравниваются кристаллическая и аморфная мишени одинаковой толщины.

Нами изучены однофотонные спектры излучения электронов с энергиями 150 – 500 ГэВ в кристаллах кремния и германия, ориентированных кристаллографической осью $\langle 110 \rangle$ вдоль оси пучка, угловая расходимость которого составляет $\delta\psi = 0.2\theta_L$. «Однофотонные» означает, что нами рассчитывалась величина $N_\omega(z)d\omega$ – число фотонов, излучённых в мишени с толщиной z , в заданном интервале их энергий. Эту величину надо отличать от величины $K_\omega(z)d\omega$, которая показывает число излучённых фотонов с суммарной энергией, лежащей в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$. На сегодняшний день в экспериментах измерялась именно величина $K_\omega(z)$ [10], что не позволяет обнаружить эффект о котором идёт речь в данной работе.

На рис. 2 представлены результаты расчёта однофотонных спектров излучения $N_\omega(z)$ для электронов с различными энергиями, падающих на кристалл кремния ($Z=14$) с толщиной 1400 мкм вдоль направления $\langle 110 \rangle$. Толщина кристалла выбрана исходя из типичных значений, используемых в экспериментах [1,10]. Спектр излучения в аморфной мишени (чёрные символы на рис.2) моделировался на компьютере с учётом поглощения излучённых фотонов за счёт рождения пар и с учётом кратности излучения, хотя при рассматриваемых толщинах оба эти фактора не существенны.

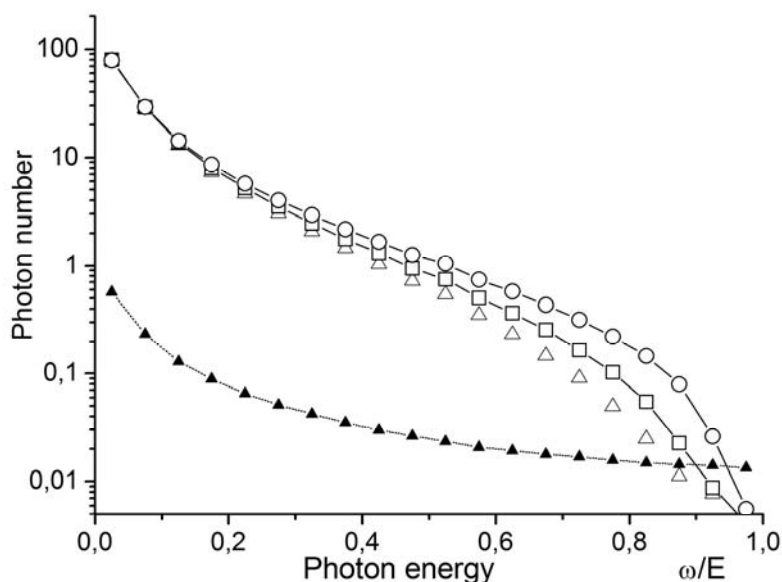


Рис. 2. Спектр одиночных фотонов N_ω для электронов падающих на кристалл кремния вдоль направления $\langle 110 \rangle$. Угловая расходимость пучка $\delta\psi = 0.2\theta_L$. Чёрные символы – спектр в аморфной мишени, светлые символы соответствуют энергиям: Δ – 150 ГэВ, \square – 240 ГэВ, \circ – 500 ГэВ.

Спектр для разориентированного кристалла конечной толщины, представленный на рис.2, хорошо аппроксимируется выражением Бёте-Гайтлера для числа фотонов, излучённых в заданный интервал энергий фотонов на единице длины пути (10). Результаты, показанные на рис.2, соответствуют толщине кристалла $z \approx 0.014L$. При сравнении результатов расчёта для аморфной среды (см. рис.2) с данными работы [6] следует иметь в виду, что линейная экстраполяция результатов данной работы на случай толстой мишени с $z \sim L$ не корректна и может привести ошибке на 50-100 процентов из-за отмеченных выше эффектов кратности излучения и рождения электронно-позитронных пар.

Из рис.2 видно, что выход фотонов с энергиями свыше $0.9E$ в аморфной мишени превосходит выход в ОК. При энергии электронов 150 ГэВ превышение существенно и составляет $\sim 2,3$ раза для $\hbar\omega > 0.9E$. Форма спектра излучения в аморфной мишени не зависит от энергии электронов и определяется универсальной кривой, задаваемой выражением (10) (см. также чёрные символы на рис.2). Абсолютное число фотонов с $\hbar\omega > 0.9E$ в разориентированной (аморфной) кремниевой мишени с толщиной 1400 мкм составляет $\sim 1.4 \times 10^{-3}$. В рассматриваемой области энергий электронов ($E < 1$ ТэВ) форма спектра в ОК существенно меняется с изменением энергии. Увеличение энергии приводит к увеличению роли когерентной составляющей, так что уже при $E \sim 500$ ГэВ эффект подавления выхода излучения в ОК почти исчезает (см. рис.2).

При $E = 150$ ГэВ в ОК излучение жёстких фотонов с $\hbar\omega > 0.9E$ почти полностью обусловлено некогерентным вкладом. Когерентный вклад определяется излучением синхротронного типа, спектральная плотность которого в жёсткой части экспоненциально подавлено. Увеличение энергии электронов приводит к тому, что выход некогерентного излучения в ориентированном кристалле также медленно растёт. Так, при увеличении энергии E от 150 ГэВ до 500 ГэВ выход некогерентного излучения фотонов с $\hbar\omega > 0.9E$ увеличивается на $\sim 10\%$. Такой рост обусловлен исключительно усилением роли каналированной фракции пучка при увеличении его энергии [8,9]. Когерентный вклад при указанном росте энергии пучка увеличивается в этой же части спектра более чем на два порядка, так что при энергии 500 ГэВ когерентный вклад для $\hbar\omega > 0.9E$ превышает некогерентный на $\sim 50\%$.

На рис.3 показана зависимость числа излучённых жёстких гамма квантов с $\hbar\omega > 0.9E$ от толщины мишени для германия ($Z = 32$) при двух энергиях электронного пучка. По оси ординат отложено абсолютное число фотонов в указанном интервале их энергий, т.е. величина $N_\omega(z)\Delta\hbar\omega$. Данные для ОК на рис.3 находятся в соответствии с результатами работы [6]. Из рис. 3 следует, что в германии эффект подавления выхода жёстких фотонов выражен не столь явно как в кремнии и при $E = 150$ ГэВ наступает при толщинах ОК превышающих 400 мкм. При $E = 500$ ГэВ эффект в кристалле германия пропадает.

В аморфных сравнительно тонких мишенях ($z \ll L$) число излучённых фотонов линейно растёт с ростом толщины мишени z , тогда как в ОК эта зависимость не линейна (см. рис. 3). Функция $N_\omega(z)$ в ОК сначала быстро растёт с ростом z , а затем начинает медленно меняться, так что, начиная с некоторых толщин z , имеет место эффект подавления выхода жёстких фотонов в ОК по сравнению с аморфной мишенью той же толщины.

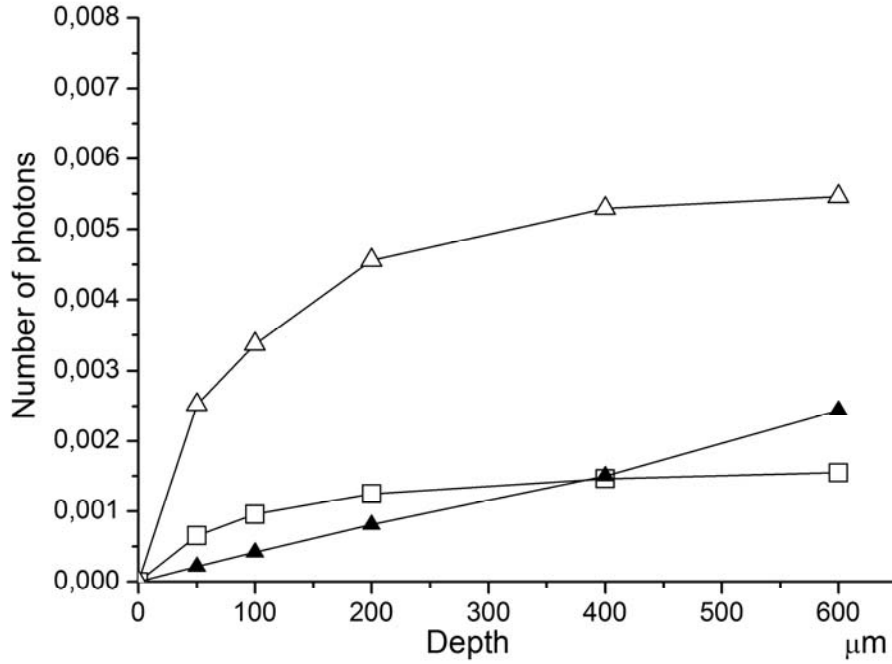


Рис. 3. Зависимость числа излучённых фотонов с $\omega > 0.9 E$ от толщины кристалла германия, ориентированного осью $\langle 110 \rangle$ вдоль направления пучка электронов с энергиями 150 ГэВ (\square) и 500 ГэВ (Δ). Угловая расходимость пучка $\delta\psi = 0.2\theta_L$. Чёрные символы – расчёт для аморфной мишени.

Выводы

Как известно, при движении электрона в постоянном внешнем поле конечной фиксированной протяжённости, относительные энергетические потери стремятся к единице при неограниченном росте энергии электрона:

$$(\Delta E / E_0)_{CLASS} = gz\chi_0(1 + gz\chi_0)^{-1} \rightarrow 1 \quad \text{при } E_0 \rightarrow \infty, \quad (11)$$

где параметры g и χ_0 определены в (9), начальная энергия входит в (11) через χ_0 , а толщина мишени z фиксирована. Выражение (11) является следствием того, что классические потери энергии на единице длины пропорциональны $\sim E^2$.

В случае ТИ относительные потери энергии при излучении в поле отдельного атома не зависят от энергии электронов:

$$(\Delta E / E_0)_{BR} = 1 - \exp(-z/L), \quad (12)$$

где L – радиационная длина, входящая в (10). Ситуация с пределом больших энергий в классическом случае (11) является идеализированной и практически неосуществима (осуществим предел с $z \rightarrow \infty$ при фиксированном E_0), поскольку при высоких энергиях применимость классической электродинамики нарушается. С другой стороны, независимость относительных потерь энергии на тормозное излучение (12) давно хорошо известна.

Как следует из приведённого выше рассмотрения, относительные энергетические потери в ориентированном кристалле с фиксированной толщиной сначала растут с ростом энергии электрона, затем, при энергиях порядка 1 ТэВ, этот рост замедляется и, наконец, при энергиях больше нескольких ТэВ, начинают медленно падать. Такой эффект

до сих пор не наблюдался, но возможность его экспериментального обнаружения станет принципиально возможной на ускорителе LHC в ЦЕРНе.

При энергиях электронов в 100–200 ГэВ возможен эффект подавления выхода гамма-квантов с энергиями $\hbar\omega \geq 0.9E_0$ по сравнению с аморфными мишенями с той же толщиной.

Примечания:

1. Uggerhoj U.I. // *Rev. of Mod. Phys.* 2005. V. 77. No. 4. P. 1131-1171.
2. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. // *Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах.* – Новосибирск: «Наука», 1989.
3. Хоконов М.Х. // *ЖЭТФ.* 2004. Т. 126. С. 799-818.
4. Клепиков Н.Г. // *ЖЭТФ.* 1954. Т. 26. С. 19.
5. Khokonov M.Kh. // *Physica Scripta.* 1997. V. 55. P. 513.
6. Khokonov M.Kh., Efendiev K.V. // *Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. B.* 2006. V. 252. P. 36-43.
7. Khokonov M.Kh., Nitta H. // *Phys. Rev. Lett.* 2002. No.9. V.89. 094801.
8. Хоконов А.Х., Хоконов М.Х., Эфендиев К.В. // *ЖТФ.* 2005. Т. 75. С. 94-98.
9. Хоконов А.Х., Хоконов М.Х. // *Письма в ЖТФ.* 2005. Т. 31. В. 2. С. 57-62.
10. Kirsebom K., Mikkelsen U., Uggerhoj E., et. al. // *Nucl. Inst. and Meth. in Phys. Res. B.* 2001. V. 174. P. 274-296.
11. Бочек Г.Л., Гришаев И.А., Коваленко Г.Д. и др. // *Письма в ЖЭТФ.* 1980. Т. 32. С. 380-383.
12. Endo I., Monaka T., Sakaguchi A., et. al. // *Phys. Lett. A.* 1990. Vol. 146, P. 150-154.