

УДК 530.12: 531.51  
ББК 22.313  
Ж 86

И.Н. Жукова

**Линейная поляризация излучения заряда  
в электромагнитном поле плоской волны в случае, когда  
вектор поляризации направлен по скорости заряда  
(Рецензирована)**

**Аннотация**

Исследована мгновенная и средняя по времени степени линейной поляризации глобального излучения заряда в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны в случае, когда вектор поляризации ориентирован вдоль скорости движения заряда.

**Ключевые слова:** плоская электромагнитная волна, эллиптическая поляризация, вектор поляризации, степень линейной поляризации, мощность глобального излучения.

I.N. Zhukova

**Linear polarization of a charge radiation in the plane wave  
electromagnetic field for the case when the polarization vector  
is directed along velocity of charge movement**

**Abstract**

The paper examines instant and average degrees of linear polarization of global charge radiation in the field of the elliptically polarized electromagnetic wave for the case when the polarization vector is directed along velocity of charge movement.

**Key words:** plane electromagnetic wave, elliptic polarization, polarization vector, degree of linear polarization, global radiation capacity.

При изучении линейной поляризации излучения заряженных частиц во внешних полях интерес представляет вопрос о выборе вектора поляризации  $\vec{j}$ , при котором были бы максимальными мгновенная и средняя по времени степени линейной поляризации (далее СЛП):

$$p = \frac{W_2 - W_3}{W_2 + W_3} = \frac{2W_2}{W} - 1, \quad (1)$$

$$\bar{p} = \frac{2\bar{W}_2}{\bar{W}} - 1, \quad (2)$$

где  $W_{2,3}$  - мгновенные мощности компонент глобального (суммарного по всем направлениям) излучения [1 -3].

В общем случае произвольного движения заряда и произвольного направления вектора поляризации  $\vec{j}$  мгновенная мощность компоненты  $W_2$  глобального излучения получена в работе [3]:

$$W_2 = \frac{e^2}{12c^3} \left\{ \frac{7w^2}{(1-\beta^2)^2} + \frac{4(\vec{w}\vec{\beta})^2}{(1-\beta^2)^3} + \frac{8(\vec{w}\vec{j})(\vec{\beta}\vec{j})(\vec{w}\vec{\beta})}{q(1-\beta^2)^2} - \frac{2(\vec{w}\vec{\beta})^2}{q(1-\beta^2)^2} - \frac{w^2}{q(1-\beta^2)} - \frac{(1+5\beta^2)(\vec{w}\vec{j})^2}{q(1-\beta^2)^2} + \frac{4(\vec{w}\vec{j})(\vec{\beta}\vec{j})(\vec{w}\vec{\beta})}{q^2(1-\beta^2)} - \frac{(1+3\beta^2)(\vec{w}\vec{j})^2}{q^2(1-\beta^2)} - \frac{4(\vec{w}\vec{j})^2}{q^3} \right\}, \quad (3)$$

где  $q = 1 - (\vec{\beta}\vec{j})^2$ ,  $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}(\xi)}{c}$ ,  $\vec{v}(\xi)$  - скорость заряженной частицы,  $\vec{w}(\xi)$  - ее ускорение.

Глобальная мгновенная мощность излучения не зависит от ориентации вектора поляризации  $\vec{j}$  и равна:

$$W = W_2 + W_3 = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{w^2(1 - \beta^2) + (\vec{w}\vec{\beta})^2}{(1 - \beta^2)^3}. \quad (4)$$

Рассмотрим излучение заряженной частицы в поле плоской эллиптически поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$  лабораторной системы координат со скоростью  $c$ . Вектор напряженности электрического поля волны имеет вид:

$$\vec{E} = \sqrt{2}E_0(\vec{i} \cos \psi \cos \omega\xi + \vec{j} \sin \psi \sin \omega\xi), \quad (5)$$

где  $E_0$  - амплитуда напряженности электрического поля;  $\omega$  - частота волны;  $\psi$  - параметр, характеризующий поляризацию волны ( $0 \leq \psi \leq \pi/2$ ),  $\xi$  - момент излучения. Интеграл движения  $\alpha = \frac{1 - \beta_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \text{const}$  и параметр интенсивности внешней волны

$\gamma = \frac{eE_0}{\omega ct}$  связаны соотношением:

$$\alpha^2 = 1 + \gamma^2. \quad (6)$$

С зарядом свяжем мгновенно сопутствующую систему координат  $(x', y', z')$ , начало которой совпадает с той точкой лабораторной системы координат  $(x, y, z)$ , в которой находился заряд в момент излучения  $\xi$ . Положение заряда в лабораторной системе координат задается радиус-вектором  $\vec{r}$  (рис. 1). Точка А, в которой в момент времени  $t$  наблюдается излучение заряда, удалена на большое расстояние  $R(\xi)$  от заряда по сравнению с длиной волны излучения. Моменты излучения  $\xi$  и наблюдения  $t$  связаны соотношением:  $\xi = t - R(\xi)/c$ .

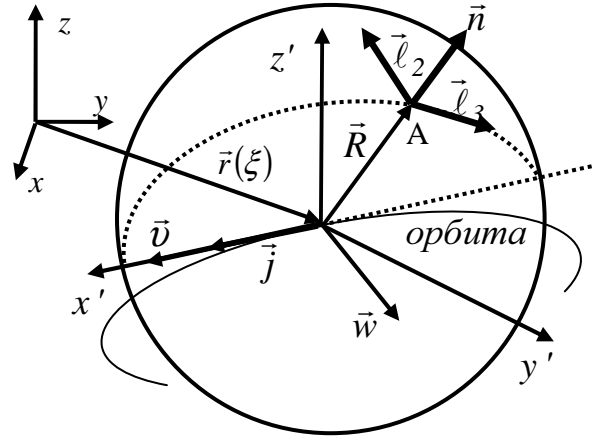


Рис. 1. Лабораторная и мгновенно сопутствующая системы координат

Разложим вектор напряженности электрического поля излучения по двум ортогональным единичным ортам линейной поляризации [5, 6]:

$$\vec{E} = E_2 \vec{l}_2 + E_3 \vec{l}_3, \quad (7)$$

где  $\vec{l}_{2,3}$  связаны с единичным вектором поляризации  $\vec{j}$  и единичным вектором  $\vec{n} = \frac{\vec{R}(\xi)}{R(\xi)}$

следующим образом:

$$\vec{l}_2 = \frac{[\vec{j}\vec{n}]}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{j})^2}}, \quad \vec{l}_3 = \frac{\vec{n}(\vec{n}\vec{j}) - \vec{j}}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{j})^2}} = [\vec{l}_2\vec{n}], \quad \vec{n} = [\vec{l}_3\vec{l}_2], \quad (\vec{n}\vec{l}_3) = (\vec{n}\vec{l}_2) = (\vec{l}_2\vec{l}_3) = 0. \quad (8)$$

Из (8) следует, что компонента излучения  $E_2$  характеризует проекцию  $\vec{E}$  на плоскость, ортогональную вектору поляризации  $\vec{j}$ .

В работе [2] рассмотрено излучение электрона в поле плоской волны круговой поляризации ( $\psi = \pi/4$ ) при произвольном выборе вектора поляризации  $\vec{j} = \vec{j}(\theta, \varphi)$ . В работе [4] рассмотрено излучение электрона в поле плоской волны произвольной поляризации для случая, когда вектор поляризации направлен вдоль направления распространения волны, т.е.  $\vec{j} = (0, 0, 1)$ .

Направим вектор поляризации по скорости движения заряда:  $\vec{j} = \frac{\vec{\beta}}{\beta}$  и получим зависимость мгновенной и средней по времени степени линейной поляризации от параметра поляризации внешней волны  $\psi$  и ее интенсивности  $\gamma$ . В этом случае

$$(\vec{\beta} \vec{j}) = \beta, \quad (\vec{w} \vec{j}) = \frac{(\vec{w} \vec{\beta})}{\beta}, \quad q = 1 - (\vec{\beta} \vec{j})^2 = 1 - \beta^2$$

и выражение (3) для  $W_2$  принимает вид

$$W_2 = \frac{e^2}{2c^3(1-\beta^2)^2} \left\{ w^2 - \frac{(\vec{w} \vec{\beta})^2}{\beta^2} \right\}. \quad (9)$$

Из уравнений движения  $\vec{r} = \vec{r}(\xi)$  заряда в поле плоской эллиптически поляризованной электромагнитной волны [7]:

$$x = -\frac{\sqrt{2}c\gamma}{\alpha\omega} \cos\psi \cos\omega\xi; \quad y = -\frac{\sqrt{2}c\gamma}{\alpha\omega} \sin\psi \sin\omega\xi; \quad z = -\frac{c\gamma^2}{4\alpha^2\omega} \cos 2\psi \sin 2\omega\xi, \quad (10)$$

находим скорость и ускорение заряда:

$$\beta_i = \frac{1}{c} \frac{dr_i}{dt} = \frac{1}{c} (1 - \beta_z) \frac{dr_i}{d\xi}, \quad w_i = \frac{d(c\beta_i)}{dt} = c(1 - \beta_z) \frac{d\beta_i}{d\xi}, \quad \text{где } i = x, y, z. \quad (11)$$

После преобразований выражений (4) и (9) с учетом (11) и подстановки их в (1), для мгновенной степени линейной поляризации получаем

$$p = \frac{(4\alpha^2\gamma^4 - 12\eta^2 + (11 - 3\alpha^2)\eta^2 \cos^2(2\omega\xi) - \eta^3 \cos^3(2\omega\xi))}{2CK1 \cdot CK2(\gamma^2 - \eta \cos(2\omega\xi))}, \quad (12)$$

где  $\eta = -\gamma^2 \cos(2\psi)$ ;  $CK1 = 2\alpha^2 + \eta \cos(2\omega\xi) - 2\alpha$ ;  $CK2 = 2\alpha^2 + \eta \cos(2\omega\xi) + 2\alpha$ .

На рисунке 2 представлены зависимости мгновенной СЛП от времени  $p = p(2\omega\xi)$  для внешней волны конкретной поляризации и интенсивности.

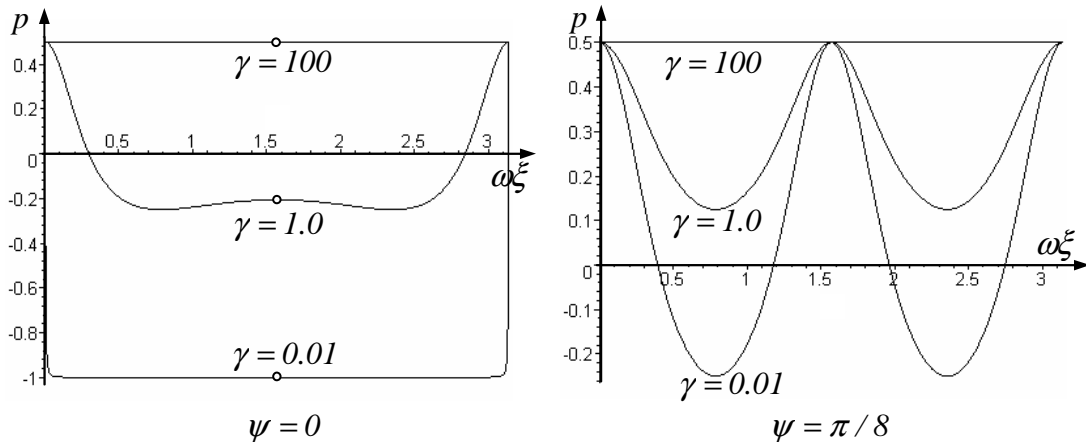


Рис. 2. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от его положения на орбите для различных значений параметра интенсивности  $\gamma$  и поляризации  $\psi$

Значения мгновенной СЛП при некоторых фиксированных значениях фазового параметра  $\lambda = \omega\xi$  приведены в таблице.

$\lambda = \omega\xi$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	$\pi$
p	1/2	$p = \frac{1}{2} - \frac{3 \cos^2(2\psi)}{2\alpha^2}$	$\frac{1}{2}$ , кроме поляризации $\psi = 0$	$p = \frac{1}{2} - \frac{3 \cos^2(2\psi)}{2\alpha^2}$	1/2

Графики зависимости мгновенной СЛП от положения заряда на орбите  $p(\omega\xi)$  в нерелятивистском пределе при  $\gamma = 0.01$  и в релятивистском пределе при  $\gamma = 100$  для внешней волны конкретной поляризации приведены на рисунке 3.

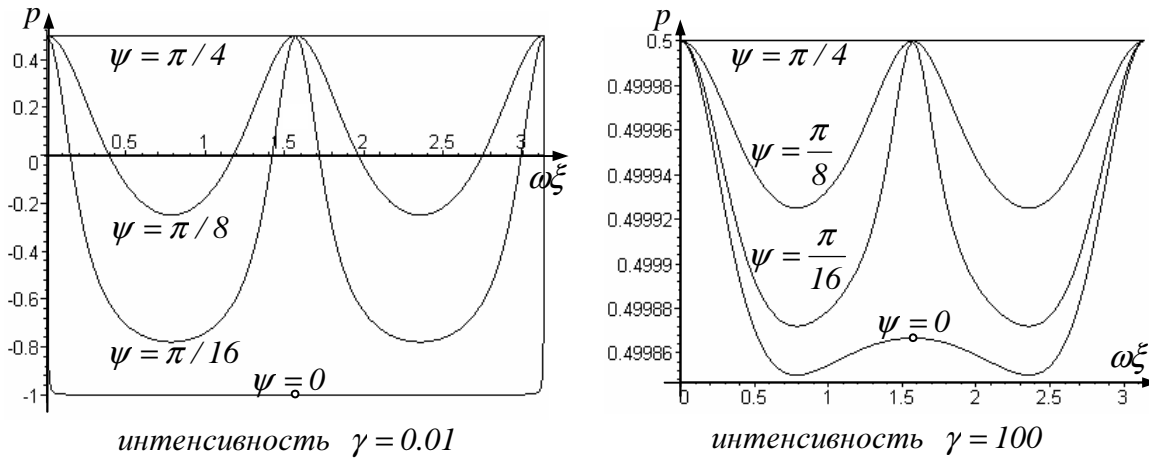


Рис. 3. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда в поле внешней волны поляризации  $\psi$  от его положения на орбите в случае слабой ( $\gamma = 0.01$ ) и сильной ( $\gamma = 100$ ) волны

Средняя по времени степень линейной поляризации (2) имеет вид:

$$\bar{p} = \frac{\left(-\eta^2 / 2 + 2\alpha^2(\alpha^2 - 13) + 6\left(\sqrt{a_1^2 - \eta^2} + \sqrt{a_2^2 - \eta^2}\right)\right)}{(4\alpha^2\gamma^2 - \eta^2)}, \quad (13)$$

где  $\eta = -\gamma^2 \cos(2\psi)$ ;  $a_1 = 2\alpha^2 - 2\alpha$ ;  $a_2 = 2\alpha^2 + 2\alpha$ .

В релятивистском пределе ( $\gamma \rightarrow \infty$ ) средняя СЛП (13) после разложения в ряд по малому параметру  $\frac{1}{\gamma^2}$  с точностью до членов первого порядка малости принимает вид:

$$\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} - \frac{12\left\langle 2 - \sqrt{4 - \cos^2(2\psi)} \right\rangle}{\gamma^2(4 - \cos^2(2\psi))}. \quad (14)$$

На рисунке 4 представлена зависимость  $\bar{p}(\gamma)$  для различных значений параметра поляризации внешней волны  $\psi$ .

На рисунке 5 представлена зависимость  $\bar{p}(\psi)$  для различных интенсивностей внешней волны.

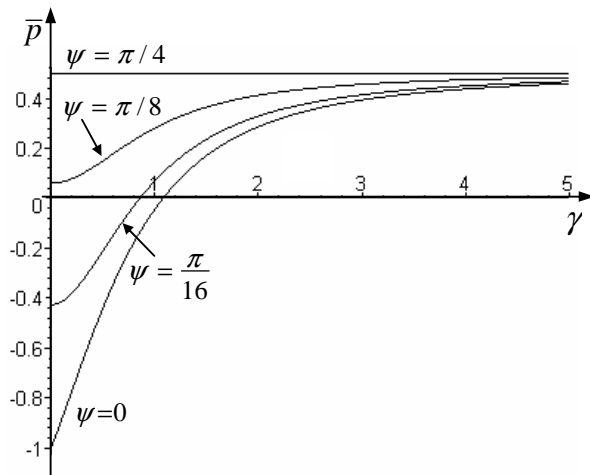


Рис. 4. Зависимость средней СЛП глобального излучения заряда в поле внешней волны поляризации  $\psi$  от интенсивности внешней волны

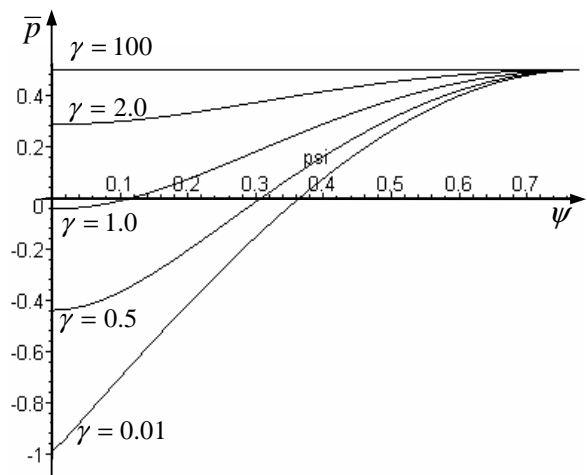


Рис. 5. Зависимость средней СЛП глобального излучения заряда в поле внешней волны интенсивности  $\gamma$  от поляризации внешней волны  $\psi$

Как видно из рисунков 4 и 5, в слабой волне поляризация существенно влияет на среднюю по времени СЛП глобального излучения заряда. В этом случае средняя СЛП изменяется в пределах  $-1 < \bar{p}_{\gamma \rightarrow 0} \leq 0.5$ . Поляризация сильной внешней волны практически не влияет на среднюю СЛП излучения и  $\bar{p}_{\gamma \rightarrow \infty} \sim 0.5$ .

#### Примечания:

1. Багров В.Г., Маркин Ю.А. Некоторые вопросы классической теории излучения // Известия вузов. Физика. 1967. Вып. 5. С. 37-42.
2. Багров В.Г. Максимальная поляризация синхротронного излучения // Известия вузов. Физика. 1967. Вып. 8. С.135-137.
3. Багров В.Г., Клименко Ю.И. Линейная поляризация излучения произвольно движущегося заряда // Вестник Московского университета. 1969. № 3. С. 104-107.
4. Жукова И.Н. Исследование зависимости линейной поляризации излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны от ее интенсивности и поляризации // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Естественно – математические и технические науки. Майкоп, 2008. Вып. 9 (37). С. 34-45.
5. Синхротронное излучение: сб. ст. / под ред. А.А. Соколова, И.М. Тернова. М., 1966. 228 с.
6. Теория излучения релятивистских частиц / под ред. В.А. Бордовицына. М., 2002. 576 с.
7. Жукова И.Н. Некоторые особенности линейной поляризации излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны // Труды ФОРА. 2005. № 10. С. 36-43. (URL: <http://fora.adygnet.ru>)

#### References:

1. Bagrov V.G., Markin J.A. Some questions of the classical theory of radiation // News of Higher Schools. Physics. 1967. Issue 5. P. 37-42.
2. Bagrov V.G. Maximum polarization of synchrotronic radiation // News of Higher Schools. Physics. 1967. Issue 8. P. 135-137.
3. Bagrov V.G., Klimenko Yu.I. Linear polarization of arbitrarily moving charge radiation // The Bulletin of the Moscow University. 1969. No. 3. P. 104-107.
4. Zhukova I.N. Study on dependence of linear polarization of charge radiation in the electromagnetic field of a flat wave upon its intensity and polarization // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Natural-Mathematical and Technical Sciences. Maikop, 2008. Issue 9 (37). P. 34–45.
5. Synchrotronic radiation: Collection of Papers / Eds. A.A.Sokolov and I.M.Ternov. M., 1966. 228 pp.
6. The theory of radiation of relativistic particles / Ed. V.A. Bordovitsyn. M., 2002. 576 pp.
7. Zhukova I.N. Some features of linear polarization of charge radiation in the flat wave electromagnetic field // Proc. FORA. 2005. No. 10. P. 36-43. (URL: <http://fora.adygnet.ru>)