УДК 532;533
ББК 22.253
М 18

Н.В. Малай, Е.Р. Щукин, А.В. Лиманская

Фотофорез крупной летучей сферической капли при малых перепадах температуры в ее окрестности

(Рецензирована)

Аннотация
В приближении Стокса проведено теоретическое описание стационарного движения крупной летучей аэрозольной частицы сферической формы, на которую падает мощное электромагнитное излучение в бинарной газовой смеси. При рассмотрении движения предполагалось, что средняя температура поверхности частицы незначительно отличается от температуры окружающей ее газообразной среды. В процессе решения газодинамических уравнений получены аналитические выражения для силы и скорости фотофореза с учетом влияния движения среды.
Ключевые слова: *фотофорез, фотофорез в газах.*

N.V. Malay, E.R. Shchukin, A.V. Limanskaya

Photophoresis of the large evaporating aerosol spherical drop at small temperature alterations in its vicinity

Abstract
The paper describes theoretically, in the Stokes approximation, the stationary motion of the large evaporating aerosol spherical particle, which is under powerful electromagnetic radiation in binary gas mixture. The motion is considered assuming that the average temperature of the particle surface differs insignificantly from the temperature of gaseous medium. As a result of solution of gas-dynamic equations, the analytical expressions for the force and velocity of photophoresis were obtained taking into account the effect of medium motion.
Key words: *photophoresis, photophoresis in gases.*

Введение

В газообразных средах с неоднородным распределением температуры возникает упорядоченное движение частиц, обусловленное действием сил молекулярного происхождения. Их появление вызвано передачей нескомпенсированного импульса частицам молекулами газообразной среды. Неоднородное распределение температуры в объеме частицы может возникнуть при ее нагреве или охлаждении источниками или стоками тепла, появление которых обусловлено поглощением электромагнитного излучения. В литературе такое движение частиц в газе называют фотофорезом [1]. Впервые такое явление наблюдал Эренхафт [1] – движение частиц пыли, взвешенных в воздухе, в луче мощной лампы: некоторые частицы двигались по направлению к источнику излучения. Этот эффект нельзя было объяснить действием силы светового давления. Эренхафт назвал открытый им эффект фотофорезом. Движение частиц в направлении распространения света было названо положительным фотофорезом, а в обратном – отрицательным.

Фотофорез может играть существенную роль в атмосферных процессах; создании установок, предназначенных для селективного разделения частиц по размерам; очистке промышленных газов от аэрозольных частиц и т.д. [2, 3].

В опубликованных до настоящего времени работах по теории фотофоретического движения крупных летучих сферических капель при малых относительных перепадах температуры $(T_{iS} - T_{e\infty})/T_{e\infty} << 1$, где T_{iS} - средняя температура поверхности частицы, $T_{e\infty}$ - температура газообразной среды вдали от нее), не учитывалось влияние движения среды (конвективного члена уравнения теплопроводности) на фотофорез [4, 5]. В данной работе, используя метод сращиваемых асимптотических разложений, проводится оценка этого явления.

1. Постановка задачи

Рассмотрим крупную летучую сферическую частицу (т.е. частицу, на поверхности которой может происходить фазовый переход) радиуса R, взвешенную в бинарной газовой смеси, один из компонентов которой (пусть, например, первый) состоит из молекул того же вещества, что и вещество частицы с температурой $T_{e\infty}$, плотностью ρ_e и вязкостью μ_e. На частицу падает электромагнитное излучение, которое неоднородно нагревает ее поверхность.

Газ, взаимодействуя с неоднородно нагретой поверхностью, начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением [3, 4, 10, 11]. Тепловое скольжение вызывает появление фотофоретической силы и силы вязкого сопротивления среды. Когда обе эти силы уравновешивают друг друга, частица начинает двигаться равномерно. Скорость равномерного движения частицы называется фотофоретической скоростью ($\boldsymbol{U}_{ph}$).

При теоретическом описании фотофореза будем предполагать, что процесс испарения капли квазистационарен и происходит при малых относительных перепадах температуры, а времена тепловой и диффузионной релаксации много меньше времени испарения капли. Будем также считать, что относительная концентрация C_{1e} молекул испаряющего вещества подчиняется условию $C_{1e} << 1$ ($C_{1e} = n_{1e} / n_e$, $C_{2e} = n_{2e} / n_e$, $C_{1e} + C_{2e} = 1$, $n_e = n_{1e} + n_{2e}$, где n_{1e}, n_{2e} - соответственно концентрация молекул паров испаряющегося вещества и молекул второго компонента газовой смеси, не поглощаемого поверхностью капли). При $C_{1e} << 1$ основное влияние на процесс переноса молекул оказывает молекулярная диффузия. В связи с этим считается, что испарение капли в случае $C_{1e} << 1$ протекает в диффузионном режиме [6]. Капля в процессе движения сохраняет сферическую форму. Это справедливо, если силы внешнего давления малы по сравнению с давлением, вызванным межфазовым (жидкость – газ) поверхностным натяжением. Тогда справедливо условие $\sigma / R << \mu_{e\infty} U / R$. Здесь σ - коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела капля – бинарная газовая смесь, U - абсолютная величина скорости газовой смеси относительно капли. Движение капли происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса и коэффициенты теплопроводности, диффузии, динамической и кинематической вязкости будем считать постоянными величинами. Задача решается гидродинамическим методом, т. е. решаются уравнения газовой динамики с соответствующими граничными условиями и капля образована однородным и изотропным по своим свойствам веществом.

Движение капли удобно описывать в сферической системе координат r, θ, φ, начало которой жестко связано с центром ее масс. Полярная ось $z = r \cdot \cos\theta$ направлена в сторону распространения однородного потока излучения с интенсивностью I_0. Степень неоднородности распределения энергии излучения в капле зависит от оптических констант материала капли (m_s) и параметра дифракции (x_α). Выражение для плотности энергии излучения в капле, трансформируемой в тепло, можно записать в виде [5, 7]:

$$q_i = \frac{4\pi \cdot n_k a_k}{n_0 \lambda_0} I_0 B_k \ , \tag{1.1}$$

где $m_k = n_k + ia_k$, $x_\alpha = 2\pi R/\lambda_0$, n_k - показатель преломления, a_k - показатель поглощения, n_0 - показатель преломления среды, B_k - функция координат, рассчитываемая по теории Ми [5, 7].

Результаты численных расчетов величины B_k, приведенные в [6, 8], показали, что неоднородность распределения поглощенной в капле энергии увеличивается с увеличением ее радиуса, наибольшая неоднородность поглощаемой энергии имеет место в направлении распространения излучения. С ростом радиуса капель происходит заметное увеличение доли энергии излучения, поглощенной в теневой полусфере. Это связано с фокусирующим действием среды. Следует также отметить, что этот эффект возрастает с ростом показателя преломления капли (n_k). С дальнейшим увеличением радиуса капель происходит смещение максимума поглощения из теневой в освещенную полусферу вследствие возрастания доли поглощения. Расчеты показали, что с уменьшением коэффициента поглощения степень неоднородности поглощения возрастает.

Поскольку систему отсчета мы связали с центром масс движущейся капли, то наша задача сводится к анализу обтекания частицы бесконечным плоскопараллельным потоком со скоростью $\boldsymbol{U}_\infty$ и определенная в такой системе координат скорость газа на бесконечности равна с обратным знаком скорости фотофореза ($\boldsymbol{U}_\infty = -\boldsymbol{U}_{ph}$).

В рамках сформулированных допущений распределения массовой скорости $\boldsymbol{U}$, давления P, температуры T и относительной концентрации первого компонента C_{1e} описываются следующей системой уравнений [8, 9]:

$$\mu_e \Delta\, \boldsymbol{U_e} = \nabla P_e, \quad div\, \boldsymbol{U_e} = 0, \tag{1.2}$$

$$\mu_i \Delta\, \boldsymbol{U_i} = \nabla P_i, \quad div\, \boldsymbol{U_i} = 0, \tag{1.3}$$

$$\rho_e c_{pe} \left(\boldsymbol{U_e}\nabla\right) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \quad \left(\boldsymbol{U_e}\nabla\right) C_{1e} = D_{12}\Delta C_{1e}, \tag{1.4}$$

$$\rho_i c_{pi} \left(\boldsymbol{U_i}\nabla\right) T_i = \lambda_i \Delta T_i + q_i. \tag{1.5}$$

Система уравнений (1.2) – (1.5) решалась со следующими граничными условиями в сферической системе координат [3, 5, 10, 11]:

$$r = R, \quad n_{2e} U_r^e + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{\rho_e} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = 0, \quad n_{1e} U_r^e - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{\rho_e} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = n_{1i} U_r^i, \tag{1.6}$$

$$U_\theta^e - U_\theta^i = k_{TS} \frac{\nu_e}{R T_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + k_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta}, \quad T_e = T_i, \quad \frac{n_{1e} - n_{1s}}{n_e} = 0, \tag{1.7}$$

$$-\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} = L \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \tag{1.8}$$

$$\mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{r} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_i \left(\frac{\partial u_\theta^i}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^i}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^i}{r} \right), \tag{1.9}$$

$$r \to \infty, \quad U_r^e = U_\infty \cos\theta, \quad U_\theta^e = -U_\infty \sin\theta, \quad P_e = P_{e\infty}, \quad T_e = T_{e\infty}, \quad C_e = C_{1e}, \tag{1.10}$$

$$r \to 0, \quad \left|\boldsymbol{U}_\infty\right| \neq \infty, \quad T_i \neq \infty, \quad P_i \neq \infty. \tag{1.11}$$

Здесь U_r и U_θ - радиальная и касательная компоненты массовой скорости; $\rho_e = \rho_{1e} + \rho_{2e}$, $\rho_{1e} = n_{1e} m_1$, $\rho_{2e} = n_{2e} m_2$, n_{1e}, m_1 и n_{2e}, m_2 - концентрация и масса первого и второго компонента бинарной газовой смеси; $\rho_i = n_{1i} m_1$, n_{1i} - концентрация молекул вещества капли; n_{1S} - концентрация насыщенных паров вещества капли, зависящая от T_i; L - удельная теплота фазового перехода; σ - коэффициент поверхностного натяжения капли, c_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении, λ - теплопроводность, μ и ν - динамическая и кинематическая вязкости, D_{12} - коэффициент диффузии; индексы «e» и «i» здесь и далее относятся к газу и капле, индексом «s» обозначены значения физических величин, взятые при средней температуре капли, а индексом «∞» обозначены значения физических величин, характеризующие внешнюю среду в невозмущенном потоке.

В граничных условиях на поверхности неравномерно нагретой капли учтено:

непроницаемость поверхности капли для второго компонента бинарной газовой смеси (первое уравнение (1.6)); второе уравнение (1.6) состоит из суммы конвективного и диффузионного потоков; третье уравнение (1.6) отражает непрерывность потока первого (летучего) компонента бинарной газовой смеси при фазовом переходе и состоит слева из суммы потоков конвективного и диффузионного, а справа – из конвективного радиального потока первого компонента внутри капли;

первое уравнение граничного условия (1.7) показывает, что разность касательных составляющих внешней U_θ^e и внутренней U_θ^i скоростей на поверхности капли складывается из суммы теплового и диффузионного скольжений; во втором и третьем уравнениях (1.7) приведены условия непрерывности температуры и концентрации;

непрерывность радиального потока тепла учтена в (1.8): слева стоит разность потоков тепла вне и внутри капли, а справа – теплота фазового превращения единицы массы;

непрерывность касательных составляющих тензора полных напряжений вне и внутри капли учтена в (1.9).

На большом расстоянии от капли, т.е. при $r \to \infty$ справедливы граничные условия (1,10), а конечность физических величин, характеризующих каплю при $r \to 0$, учтено в (1.11).

Обезразмерим уравнения (1.2) – (1.5) и граничные условия (1.6) – (1.9), вводя безразмерные координату, скорость и температуру следующим образом:

$$y_k = x_k / R, \quad t = T/T_{e\infty}, \quad \boldsymbol{V} = \boldsymbol{U} / U_\infty .$$

При $\mathrm{Re} = (\rho_e U_\infty R)/\mu_e << 1$ набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние и поэтому решение уравнений гидродинамики следует искать в виде:

$$V_e = V_e^{(0)} + \varepsilon \cdot V_e^{(1)} + \ldots, \quad P_e = P_e^{(0)} + \varepsilon \cdot P_e^{(1)} + \ldots \quad (\varepsilon = \mathrm{Re}). \tag{1.12}$$

Решение уравнения (1.4), описывающее распределение температуры вне капли, будем искать методом сращиваемых асимптотических разложений [12]. Внутренние и внешние асимптотические разложения обезразмеренной температуры и относительной концентрации первого компонента представим как:

$$C_{1e}(y,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) C_{en}(y,\theta), \quad C_{1e}^*(\xi,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^*(\varepsilon) C_{en}^*(\xi,\theta),$$

$$t_e(y,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) t_{en}(y,\theta), \quad t_e^*(\xi,\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^*(\varepsilon) t_{en}^*(\xi,\theta), \tag{1.13}$$

Где $\xi = \varepsilon y$ - «сжатая» радиальная координата [13], $y = r/R$, $f_0(\varepsilon) = 1$.

При этом требуется, чтобы

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \to 0, \quad \frac{f_{n+1}^*}{f_n^*} \to 0 \quad \text{при} \quad \varepsilon \to 0 . \tag{1.14}$$

Недостающие граничные условия для внутреннего и внешнего разложений вытекают из условия тождественности продолжения асимптотических разложений того и другого в некоторую промежуточную область, т.е.

$$t_e(y \to \infty, \theta) = t_e^*(\xi \to 0, \theta), \quad C_e(y \to \infty, \theta) = C_e^*(\xi \to 0, \theta). \tag{1.15}$$

Асимптотическое разложение внутри капли, как показывают граничные условия на поверхности частицы, следует искать в виде, аналогичном (1.13)

$$t_i(y, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) t_{in}(y, \theta). \tag{1.16}$$

Относительно функций $f_n(\varepsilon)$ и $f_n^*(\varepsilon)$ предполагается, что порядок их малости по ε увеличивается с ростом n.

С учетом сжатой радиальной координаты имеем следующее уравнение для обезразмеренной темпуры t_e^* и относительной концентрации C_{1e}^*:

$$\Pr\left(V_r^* \frac{\partial t_e^*}{\partial \xi} + \frac{V_\theta^*}{\xi} \frac{\partial t_e^*}{\partial \theta}\right) = \Delta^* t_e^*, \quad t_e^* \to 1 \text{ при } \xi \to \infty, \tag{1.17}$$

$$\beta_1\left(V_r^* \frac{\partial C_{1e}^*}{\partial \xi} + \frac{V_\theta^*}{\xi} \frac{\partial C_{1e}^*}{\partial \theta}\right) = \Delta^* C_{1e}^*, \quad C_{1e}^* \to C_{1\infty} \text{ при } \xi \to \infty, \tag{1.18}$$

и, соответственно

$$V_e^*(\xi, \theta) = n_Z + f_1^* V_e^{(1)}(\xi, \theta) + \ldots \tag{1.19}$$

Здесь Δ^* - осесимметричный оператор Лапласа, полученный из Δ заменой y на ξ; $V_r^* = \boldsymbol{V}_r^*(\xi, \theta)$, $V_\theta^* = \boldsymbol{V}_\theta^*(\xi, \theta)$, $\Pr = (\mu_e c_{pe})/\lambda_e$ - число Прандтля, $\boldsymbol{n}_Z$ - единичный вектор в направлении оси z.

Вид граничных условий вдали от неравномерно нагретой капли указывает на то, что выражения для компонент массовой скорости V_r и V_θ в нулевом приближении имеют вид

$$V_r = \cos\theta \cdot G(y), \quad V_\theta = -\sin\theta \cdot g(y), \tag{1.20}$$

где $G(y)$ и $g(y)$ - произвольные функции, зависящие от обезразмеренной радиальной координаты y.

2. Поля относительной концентрации первого компонента, температур вне и внутри капли

При нахождении фотофоретической силы и скорости ограничимся поправками первого порядка малости по ε. Чтобы их найти нужно, знать поля температур вне и внутри частицы и относительной концентрации первой компоненты бинарной газовой смеси. Последовательно определяя нулевые и первые члены разложения и учитывая условия сращивания внутренних и внешних разложений аналогично [13, 14], получаем:

$$t_e^*(\xi, \theta) = t_{e0}^* + \varepsilon \cdot t_{e1}^*, \quad t_e(y, \theta) = t_{e0} + \varepsilon \cdot t_{e1}, \quad t_i(y, \theta) = t_{i0} + \varepsilon \cdot t_{i1}, \quad C_{1e} = C_{e0} + \varepsilon \cdot C_{e1},$$

$$C_{1e}^* = C_{e0}^* + \varepsilon \cdot C_{e1}^*, \quad t_{e0} = 1 + \frac{\Gamma_0}{y}, \quad t_{i0} = B_0 + \frac{C_0}{y} + \int_1^y \frac{\psi_0}{y} dy - \frac{1}{y}\int_1^y \psi_0 dy, \quad C_{e0} = C_{1\infty} + \frac{M_0}{y}, \quad t_{e0}^* = 1,$$

$$C_{e0}^* = C_{1\infty}, \quad t_{e1}^* = \frac{\Gamma_0}{\xi}\exp\left\{\frac{\Pr}{2}\xi(x-1)\right\}, \quad \beta_1 = \frac{\mu_e}{\rho_e D_{12}}, \quad \beta_0 = \frac{\rho_i c_{pi} \lambda_e}{\lambda_i c_{pe} \rho_e},$$

$$C_{e1}^{*}=\frac{M_0}{\xi}\exp\left\{\frac{\beta_1}{\alpha}\xi(x-1)\right\},\quad \psi_n=-\frac{R^2}{\lambda_i T_\infty}y^2\frac{2n+1}{2}\int_{-1}^{1}q_i P_n(x)dx\ \ (n\ge 0),\quad x=\cos\theta,$$

$$t_{i1}=N_3 y+\cos\theta\left\{B_1 y+\frac{C_1}{y^2}+\frac{1}{3}\left[y\int_1^y\frac{\psi_1}{y^2}dy-\frac{1}{y^2}\int_1^y\psi_1 y dy\right]+\frac{\beta_0\Pr}{3}\left[y\int_1^y(\Omega-C_0)\left(A_4+\frac{A_3}{2}\right)dy-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{y^2}\int_1^y(\Omega-C_0)\left(A_4 y^3+A_3 y\right)dy\right]\right\},\quad \omega_1=M_0\beta_1,\quad \omega_0=\Gamma_0\Pr,$$

$$C_1=\frac{RJ_1}{3\lambda_i T_\infty}+\frac{\beta_0\Pr}{3}\int_0^1(\Omega-C_0)\left(A_4 y^3+A_3 y\right)dy,\quad z=r\cos\theta,\quad C_0=\frac{1}{4\pi R\lambda_i T_{e\infty}}\int_V q_i dV,$$

$$t_{e1}=\frac{\omega_0}{2y}(N-y)+\cos\theta\left\{\frac{\Gamma}{y^2}+\omega_0\left(\frac{1}{2}-\frac{A_1}{4y^3}+\frac{A_2}{2y}\right)\right\},\quad J_1=\frac{1}{V}\int_V q_i z dV,\quad V=\frac{3}{4}\pi R^3,$$

$$C_{e1}=\frac{\omega_1}{2y}(N_2-y)+\cos\theta\left\{\frac{M}{y^2}+\omega_1\left(\frac{1}{2}-\frac{A_1}{4y^3}+\frac{A_2}{2y}\right)\right\},$$

$\Omega=\int_1^y\psi_0 dy$, $\int_V q_i z dV$ - дипольный момент плотности тепловых источников. Интегрирование ведется по всему объему частицы.

Постоянные интегрирования можем найти с помощью граничных условий (1.6) – (1.9). В частности для A_2 имеем

$$A_2=-\frac{3}{2}\frac{1+\frac{2}{3}\frac{\mu_e}{\mu_i}}{1+\frac{\mu_e}{\mu_i}}+\varepsilon\frac{D_{12}n_e^2 m_1}{RU_\infty n_{2e}a_1}\frac{1}{1+\frac{\mu_e}{\mu_i}}\left\{\frac{RJ_1}{\lambda_i T_{e\infty}}a_3\left(\frac{n_{2e}\Delta_1}{D_{12}a_3 n_e^2 m_1}-\Delta_2\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{3}{8}\frac{1+\frac{4}{3}\frac{\mu_e}{\mu_i}}{1+\frac{\mu_e}{\mu_i}}a_4\left(\frac{n_{2e}a_2\Delta_1}{D_{12}a_4 n_e^2 m_1}-\Delta_2\right)\right\},$$

где

$$\Delta_1=K_{TS}\frac{\nu_e}{t_{e0}}+K_{DS}D_{12}C_{1S}^{*}+\frac{R}{3\mu_i}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i},\quad \Delta_2=\frac{1}{\rho_i}+\frac{1}{2\rho_e}\left(1+2\frac{\mu_e}{\mu_i}\right),\quad C_{1S}=C_{10S}+C_{1S}^{*}\delta t_i,$$

$$\delta t_i=t_{i1},\ C_{1S}^{*}=\left.\frac{dC_{1e}}{dt_i}\right|_{t_i=t_{iS}},\quad a_1=1+2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}+2L\frac{n_e^2 m_1 m_2 D_{12}}{\rho_e\lambda_i T_{e\infty}}C_{1S}^{*},\quad a_3=-2C_{1S}^{*},$$

$$B_0=1+\Gamma_0-C_0,\ a_2=\omega_0\frac{\lambda_e}{\lambda_i}+\omega_1 L\frac{n_e^2 m_1 m_2 D_{12}}{\rho_e\lambda_i T_{e\infty}},\quad a_4=\omega_1\left(1+2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)-2\omega_0 C_{1S}^{*}\frac{\lambda_e}{\lambda_i}.$$

Среднее значение температуры поверхности t_{iS} связано со средней относительной температурой t_{eS} и относительной концентрацией первого компонента бинарной газовой смеси C_{eS} соотношением (2.1), в котором $t_{eS}=t_{e0}(y=1)$, $t_{iS}=t_{i0}(y=1)$, $C_{eS}=C_{e0}(y=1)$,

$$\begin{cases} t_{eS}=t_{iS},\quad M_0=C_{10S}-C_{1\infty},\\ \dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\Gamma_0=C_0-L\dfrac{n_e^2 m_1 m_2 D_{12}}{\rho_e\lambda_i T_{e\infty}}M_0. \end{cases}\tag{2.1}$$

3. Выражения для силы и скорости фотофореза

Сила, действующая на каплю, определяется интегрированием тензора напряжений по ее поверхности и в сферической системе координат находится по формуле [8, 9]:

$$\boldsymbol{F_z} = -4\pi R\mu_e U_\infty A_2 \cdot \boldsymbol{n_Z} \ . \tag{3.1}$$

Видим, что сила, действующая на крупную сферическую каплю при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности, будет складываться из силы вязкого сопротивления среды $\boldsymbol{F}_\mu$, фотофоретической силы $\boldsymbol{F_{ph}}$ и силы, обусловленной движением среды $\boldsymbol{F_{dh}}$:

$$\boldsymbol{F_Z} = \boldsymbol{F}_\mu + \varepsilon\left(\boldsymbol{F_{ph}} + \boldsymbol{F_{dh}}\right). \tag{3.2}$$

Здесь $\boldsymbol{F}_\mu = 6\pi R\mu_e f_\mu U_\infty \boldsymbol{n_Z}$, $\boldsymbol{F_{ph}} = -6\pi R\mu_e f_{ph} J_1 \boldsymbol{n_Z}$, $\boldsymbol{F_{dh}} = -6\pi R\mu_e f_{dh} \boldsymbol{n_Z}$,

$$f_\mu = \left(1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}\right) \Big/ \left(1 + \frac{\mu_e}{\mu_i}\right), \quad f_{ph} = \frac{2}{3}\frac{1}{\lambda_i T_{e\infty} a_1 \left(1 + \dfrac{\mu_e}{\mu_i}\right)}\left(\Delta_1 + 2C_{1S}^* \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}}\Delta_2\right),$$

$$f_{ph} = \frac{1 + \dfrac{4\mu_e}{3\mu_i}}{4Ra_1\left(1 + \dfrac{\mu_e}{\mu_i}\right)^2} a_2 \left(\Delta_1 - \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}}\frac{a_4}{a_2}\Delta_2\right).$$

Приравнивая общую силу $\boldsymbol{F_Z}$ к нулю, получаем общее выражение для скорости фотофореза

$$\boldsymbol{U_p} = -\varepsilon\left(\boldsymbol{U_{ph}} + \boldsymbol{U_{dh}}\right), \tag{3.3}$$

где

$$\boldsymbol{U_{ph}} = \frac{2}{3}\frac{1}{\lambda_i T_{e\infty} a_1 \left(1 + \dfrac{2\mu_e}{3\mu_i}\right)}\left(\Delta_1 + 2C_{1S}^* \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}}\Delta_2\right)\boldsymbol{n_Z} \ ,$$

$$\boldsymbol{U_{dh}} = \frac{1 + \dfrac{4\mu_e}{3\mu_i}}{4Ra_1\left(1 + \dfrac{2\mu_e}{3\mu_i}\right)\left(1 + \dfrac{\mu_e}{\mu_i}\right)} a_2 \left(\Delta_1 - \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}}\frac{a_4}{a_2}\Delta_2\right)\boldsymbol{n_Z} \ .$$

Выражения (3.2) и (3.3) позволяют оценивать общую силу, действующую на испаряющуюся крупную каплю сферической формы и общую скорость движения при неравномерном нагреве ее поверхности с учетом движения среды.

Рассмотрим предельные случаи полученных выше формул. В случае если мы не учитываем движение среды, т.е. не учитываем конвективные члены в уравнениях теплопроводности, то получаем

$$F_{ph} = -3\frac{\mu_e}{\lambda_i T_{e\infty} R^2 a_1 \left(1 + \dfrac{\mu_e}{\mu_i}\right)}\left(\Delta_1 + 2C_{1S}^* \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}}\Delta_2\right)\int q_i(r,\theta) z dV \ , \tag{3.4}$$

$$U_{ph} = -\frac{1}{2\pi R^3 \lambda_i T_{e\infty} a_1 \left(1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}\right)} \left(\Delta_1 + 2C_{1S}^* \frac{D_{12} m_1 n_e^2}{n_{2e}} \Delta_2\right) \int q_i(r,\theta) z dV \text{ -} \quad (3.5)$$

формулы, позволяющие оценивать влияние летучести на силу и скорость фотофореза крупной сферической капли.

Если мы рассматриваем неиспаряющуюся каплю, то $n_{1S} \to 0$, $L \to 0$, $C_{1S} \to 0$, $C_{1S}^* \to 0$, имеем

$$F_{ph} = -3 \frac{\mu_e}{\lambda_i T_{e\infty} R^2 \left(1 + 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)\left(1 + \frac{\mu_e}{\mu_i}\right)} \left(K_{TS} \frac{\nu_e}{t_{eS}} + \frac{R}{3\mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i}\right) \int q_i(r,\theta) z dV, \quad (3.6)$$

$$U_{ph} = -\frac{1}{2\pi \lambda_i T_{e\infty} R^3 \left(1 + 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)\left(1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}\right)} \left(K_{TS} \frac{\nu_e}{t_{eS}} + \frac{R}{3\mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i}\right) \int q_i(r,\theta) z dV. \quad (3.7)$$

Если в формулах (3.6), (3.7) $\mu_i \to \infty$, $\sigma \to 0$, то получаем выражения для силы и скорости фотофореза твердой крупной аэрозольной частицы сферической формы [4]:

$$F_{ph} = -3 \frac{\mu_e}{\lambda_i T_{e\infty} R^2 \left(1 + 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)} K_{TS} \frac{\nu_e}{t_{eS}} \int q_i(r,\theta) z dV, \quad (3.8)$$

$$U_{ph} = -\frac{1}{2\pi \lambda_i T_{e\infty} R^3 \left(1 + 2\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)} K_{TS} \frac{\nu_e}{t_{eS}} \int q_i(r,\theta) z dV. \quad (3.9)$$

Из формул (3.4) – (3.9) видно, что величина и направление силы и скорости фотофореза определяется величиной и направлением дипольного момента плотности тепловых источников

$$\int q_i(r,\theta) z dV \, \boldsymbol{n}_{\mathbf{z}} .$$

В тех случаях, когда дипольный момент отрицательный (когда большая часть тепловой энергии выделяется в той части частицы, которая обращена к потоку излучения), частица движется в направлении падающего излучения. Если дипольный момент положительный (большая часть тепловой энергии выделяется в теневой части частицы), частица будет двигаться навстречу направления распространения излучения.

Плотность тепловых источников при увеличении интенсивности электромагнитного излучения возрастает линейно. Отсюда следует, что фотофоретическая сила и скорость с увеличением интенсивности электромагнитного излучения возрастает линейно.

При постоянной величине дипольного момента, увеличение радиуса R капли приводит к уменьшению фотофоретической силы и скорости обратно пропорционально R^2 и R^3 соответственно.

Фотофоретическая сила и скорость существенно зависят и от теплопроводности вещества капли. При $\lambda_i \to \infty$ (высоко теплопроводные частицы) сила и скорость фотофореза, при фиксированной величине дипольного момента, стремятся к нулю.

Чтобы оценить, какой вклад в силу и скорость фотофореза оказывает влияние движения среды (учет конвективных членов в уравнении теплопроводности), необходимо конкретизировать природу тепловых источников. Рассмотрим наиболее простой случай, когда частица поглощает излучение как черное тело. В этом случае поглощение происходит в тонком слое толщиной $\delta R << R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной δR определяется с помощью формулы

$$q_i(r,\theta)=\begin{cases}-\dfrac{I_0}{\delta R}\cos\theta, & \dfrac{\pi}{2}\le\theta\le\pi, \quad R-\delta R\le r\le R,\\ 0, & 0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2},\end{cases}$$

где $I_0 -$ интенсивность падающего излучения.

В этом случае интегралы легко считаются:

$$\int_V q_i\,dV=\pi R^2 I_0, \quad \int_V q_i z\,dV=-\frac{2}{3}\pi R^3 I_0, \quad J_1=-\frac{I_0}{2},$$

и мы получаем следующие выражения для фотофоретической силы и скорости абсолютно черных крупных летучих капель сферической формы с учетом влияния движения среды:

$$F_{ph}=2\pi R\frac{\mu_e}{\lambda_i T_{e\infty}\left(1+2\dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)\left(1+\dfrac{\mu_e}{\mu_i}\right)}\left(K_{TS}\frac{\nu_e}{t_{eS}}+\frac{R}{3\mu_i}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)\left(1-\frac{3}{16}\Pr\frac{1+\dfrac{4}{3}\dfrac{\mu_e}{\mu_i}}{1+\dfrac{\mu_e}{\mu_i}}\right)I_0, \qquad (3.10)$$

$$U_{ph}=\frac{1}{3\lambda_i T_{e\infty}\left(1+2\dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)\left(1+\dfrac{2\mu_e}{3\mu_i}\right)}\left(K_{TS}\frac{\nu_e}{t_{eS}}+\frac{R}{3\mu_i}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i}\right)\left(1-\frac{3}{16}\Pr\frac{1+\dfrac{4}{3}\dfrac{\mu_e}{\mu_i}}{1+\dfrac{\mu_e}{\mu_i}}\right)I_0. \qquad (3.11)$$

Если в формулах (3.10), (3.11) $\mu_i\to\infty$, $\sigma\to 0$, то получаем выражения для силы и скорости фотофореза абсолютно черной твердой крупной аэрозольной частицы сферической формы

$$F_{ph}=2\pi R\frac{\mu_e}{\lambda_i T_{e\infty}\left(1+2\dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)}K_{TS}\frac{\nu_e}{t_{eS}}\left(1-\frac{3}{16}\Pr\right)I_0, \qquad (3.12)$$

$$U_{ph}=\frac{1}{3\lambda_i T_{e\infty}\left(1+2\dfrac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)}K_{TS}\frac{\nu_e}{t_{eS}}\left(1-\frac{3}{16}\Pr\right)I_0. \qquad (3.13)$$

Из (3.10) – (3.13) видно, что вклад движения среды на силу и скорость фотофореза пропорционален ω_0, а поскольку мы рассматриваем диффузионный режим испарения, то $\omega_0\approx\Gamma_0\Pr$ - произведению числа Прандтля на относительный перепад температуры в окрестности испаряющейся капли. Учитывая, что в газах число Прандтля порядка единицы и перепад температуры мал, то вклад движения среды (учет конвективных членов в уравнении теплопроводности) в чистый фотофорез будет небольшим. Это хорошо видно, когда мы переходим к абсолютно черному телу. В случае твердой частицы мы получили выражение $\left(1-\dfrac{3}{16}\Pr\right)$, т.е. вклад около 19%.

Примечания:

1. Ehrenhaft F Die photophorese // Physik. Zeitschr. 1917. Bd. 17. S. 353-358.
2. О возможности фотофоретической левитации частиц в стратосфере / С.А. Береснев, Ф.Д. Коваль, Л.Б. Кочнева и др. // Оптика атмосферы и океана. 2003. Т. 16, № 1. С. 52-57.
3. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 208 с.
4. Щукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л. Избранные вопросы физики аэрозолей: учеб. пособие для студентов и аспирантов. М.: МПУ, 1992. 297 с.
5. Ковалев Ф.Д. Экспериментальное исследование фотофореза в газах: дис. … канд. физ.-мат. наук. Екатеринбург: Урал. гос. ун-т, 2003. 133 с
6. Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семенов Л.П. Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Л.: Гидрометеоиздат. 1982. 312 с.
7. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.
9. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1960. 630 с.
10. Яламов Ю.И., Юшканов А.А. Диффузионное скольжение бинарной газовой смеси вдоль искривленной поверхности // ДАН СССР. 1977. Т. 237, № 2. С. 303-306.
11. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // ДАН СССР. 1980. Т. 254, № 2. С. 1047-1050.
12. Ван-Дайк, М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
13. Acrivos A., Taylor T.D. Heat and mass transfer from single spheres in stokes flow // J. Phys. of Fluids. 1963. Vol. 5, No 4. P. 387-394.
14. Малай Н.В. Обтекание неравномерно нагретой капли потоком жидкости при произвольных перепадах температуры в ее окрестности // Инженерно-физический журнал. 2000. Т. 73, № 4. С. 1-11.

References:

1. Ehrenhaft F Die photophorese // Physik. Zeitschr. 1917. Bd. 17. S. 353-358.
2. On feasibility of photophoretic levitations of particles in the stratosphere / S.A.Beresnev, F.D.Koval, L.B.Kochnev, etc. // The optics of the atmosphere and ocean. 2003. Vol. 16, No. 1. P. 52-57.
3. Galoyan V.S, Yalamov Yu.I. The dynamics of drops in non-uniform viscous environments. Yerevan: Luis, 1985. 208 pp.
4. Shchukin E.R., Yalamov Yu.I., Shulimanova Z.L. The selected questions of physics of aerosols: the manual for students and post-graduate students. M.: MPU, 1992. 297 pp.
5. Kovalev F.D. Experimental research of photophoresis in gases: Thesis of Candidate in Physics and Math. Ekaterinburg: Ural State Univerwsity, 2003. 133 pp.
6. Volkovitsky O.A., Sedunov Yu.S., Semenov L.P. Distribution of intensive laser radiation in clouds. L: Hydrometeoizdat. 1982. 312 pp.
7. Boren K., Hafmen D. Absorbtion and dispersion of light by small particles. M.: Mir, 1986. 660 pp.
8. Landau L.D., Lifshits E.M. Hydrodynamics. M.: Nauka. 1986. 736 pp.
9. Happel J., Brenner H. Low Reynolds number hydrodynamics. M.: Mir, 1960. 630 pp.
10. Yalamov Yu.I., Yushkanov A.A. Diffusion sliding of a binary gas mixture along the bent surface // Dokl. USSR Academy of Sci. 1977. Vol. 237, No. 2. P. 303-306.
11. Yalamov Yu.I., Poddoskin A.B., Yushkanov A.A. On boundary conditions at a flow of a spherical surface of small curvature by non-uniform heated gas // Dokl. USSR Academy of Sci. 1980. Vol. 254, No. 2. P. 1047-1050.
12. Van-Daik, M. Excitation methods in the mechanics of a liquid. M.: Mir, 1967. 310 pp.
13. Acrivos A., Taylor T.D. Heat and mass transfer from single spheres in stokes flow // J. Phys. of Fluids. 1963. Vol. 5, No. 4. P. 387-394.
14. Malay N.V. The flow of non-uniformly heated drop by a liquid stream at any temperature alterations in its vicinity // Engineering-physical journal. 2000. Vol. 73, No. 4. P. 1-11.