**УДК 532.08**
**ББК 22.365.56**
**М 18**

**Малай Н.В.**
*Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и математической физики Белгородского государственного университета, тел. (4722) 30-18-08, e-mail: malay@bsu.edu.ru*
**Рязанов К.С.**
*Аспирант кафедры теоретической и математической физики Белгородского государственного университета, тел. (4722) 31-32-30, e-mail: rksb@rambler.ru*
**Щукин Е.Р.**
*Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института высоких температур РАН, г. Москва, тел. (495) 977-51-07, e-mail: evgrom@yandex.ru*

# Диффузиофорез крупных летучих нагретых аэрозольных частиц сферической формы*

*(Рецензирована)*

***Аннотация***

*В стоксовском приближении при малых числах Пекле и Рейнольдса проведено теоретическое описание диффузиофоретического движения крупных летучих аэрозольных частиц сферической формы в неизотермической бинарной газообразной среде при значительных перепадах температуры в их окрестности. При решении уравнений газовой динамики использовался степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности и диффузии) от температуры. Численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости диффузиофореза от средней температуры поверхности частиц.*

***Ключевые слова:*** *диффузиофорез, движение нагретых частиц в вязких неизотермических газообразных средах.*

**Malay N.V.**
*Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Department of Theoretical and Mathematical Physics at Belgorod State University, ph. (4722) 30-18-08, e-mail: malay@bsu.edu.ru*
**Ryazanov K.S.**
*Post-graduate student of Theoretical and Mathematical Physics Department of Belgorod State University, ph. (4722) 31-32-30, e-mail: rksb@rambler.ru*
**Shchukin E.R.**
*Doctor of Physics and Mathematics, the leading scientist of Institute of High Temperatures of the Russian Academy of Science, Moscow, ph. (495) 966-71-07, e-mail: evgrom@yandex.ru*

# Diffusiophoresis of the large flying centerline heated aerosol particles of the spherical form

***Abstract***

*The diffusiophoresis motion of large flying spherical aerosol particles is described theoretically at the Stokes approximation for small Peclet and Reynolds numbers in nonisothermal binary gaseous environment and large temperature differences near the particle. In solving the gaseodynamic equations, the kind of dependence of factors upon temperature is used for molecular viscosity, heat conductivity and diffusion. Numerical estimations have shown the nonlinear character of dependence of force and speed of diffusiophoresis on the average temperature of particle surface.*

***Key words:*** *diffusiophoresis, heated up particles' movement, viscous nonisothermal gaseous environment.*

---

* *Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП коллектива НОЦ ГК № 02.740.11.0545 и научных исследований целевыми аспирантами ГК № П 1923.*

## Введение

В одно- и многокомпонентных газах с неоднородным распределением температуры и концентраций возникает упорядоченное движение частиц, обусловленное действием сил молекулярного происхождения. Их появление вызвано передачей нескомпенсированного импульса частицам молекулами газообразной среды. В частности, движение частиц относительно центра инерции неоднородной по составу газовой смеси при наличии градиентов относительных концентраций ее компонентов называется диффузиофоретическим [1-3]. Скорость, которую приобретают частицы, когда сила вязкого сопротивления среды уравновешивает диффузиофоретическую, называют скоростью диффузиофореза.

В опубликованных до настоящего времени работах по теории диффузиофореза аэрозольных частиц сферической формы рассматривался диффузиофорез при малых относительных перепадах температуры в их окрестности. Под относительным перепадом температуры понимается отношение разности между средней температурой поверхности частицы $T_S$ и температурой вдали от нее $T_{e\infty}$ к последней. Относительный перепад температуры считается малым, если имеет место следующее неравенство $(T_S - T_{e\infty})/T_{e\infty} \ll 1$, и большим в противном случае, т.е. $(T_S - T_{e\infty})/T_{e\infty} \sim O(1)$. В случае малых перепадов температуры коэффициенты молекулярного переноса можно считать постоянными величинами, что существенно упрощает решение задачи. Однако при рассмотрении движения аэрозольных частиц в разнотемпературных каналах, при зондировании атмосферы лазерным излучением и т.д. мы сталкиваемся с ситуацией, когда средняя температура поверхности частицы существенно отличается от температуры окружающей среды. В этом случае необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. В данной работе строится теория диффузиофореза при значительных относительных перепадах температуры и проводится оценка влияния нагрева поверхности частицы на силу и скорость диффузиофореза.

## Постановка задачи

Рассмотрим сферическую каплю радиуса $R$, взвешенную в неоднородной по концентрации бинарной газовой смеси с температурой $T_{e\infty}$, плотностью $\rho_{e\infty}$ и вязкостью $\mu_{e\infty}$. Это означает, что с помощью внешних источников в объеме бинарной газовой смеси поддерживаются постоянные малые градиенты относительных концентраций ее компонентов, которые мы обозначим соответственно $\nabla C_{1\infty}$ и $\nabla C_{2\infty}$. Здесь $C_{1e} = \dfrac{n_{1e}}{n_e}$, $C_{2e} = \dfrac{n_{2e}}{n_e}$, $n_e = n_{1e} + n_{2e}$ – полное количество молекул в единице объема, $\rho_e = \rho_{1e} + \rho_{2e}$ – плотность бинарной газовой смеси, $\rho_{1e} = n_{1e}m_1$, $\rho_{2e} = n_{2e}m_2$, $n_{1e}$, $m_1$ и $n_{2e}$, $m_2$ – концентрация и масса первого и второго компонента бинарной газовой смеси. Радиус частицы значительно больше обеих средних длин $\lambda_0$ свободного пробега молекул компонент внешней смеси. Частицы, у которых $\lambda_0/R \ll 1$ (число Кнудсена много меньше единицы), называются крупными. Поэтому поправки по числу Кнудсена учитываться не будут. Считаем, что частица крупная. Предполагается, что капля при своем движении сохраняет сферическую форму. Это справедливо, если силы внешнего давления малы по сравнению с давлением от поверхностного натяжения, что можно выразить в виде соотношения $\sigma/R \gg \mu_{e\infty}|U|/R$, $\sigma$ – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела капля – бинарная газовая смесь, $|U|$ – абсолютное значение скорости газовой смеси относительно капли. Здесь и далее индексы "$e$" и "$i$" относятся к газообразной среде и частице соответственно, индексом "$\infty$" – обозначены значения физических величин, характеризующие газ вдали от частицы, а индексом "$s$" – значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы равной $T_S$.

Вещество, из которого состоит капля, испытывает фазовый переход на сферической границе раздела капля – внешняя среда. Предположим (для упрощения рассмотрения), что один из компонентов бинарной внешней смеси по физико - химическому составу совпадает с веществом капли. Таким образом, окружающая каплю газовая среда состоит из двух компонентов:

основной (несущей) компоненты, которую мы обозначим через $C_{2e}$ граничная поверхность для ней непроницаема и компоненты $C_{1e}$, испытывающий фазовый переход на поверхности капли. Поскольку $C_{1e} + C_{2e} = 1$, тогда $\nabla C_{1e} = -\nabla C_{2e}$ и, следовательно, для описания полей относительных концентраций бинарной газовой смеси достаточно описать одну из компонент смеси, например, первую компоненту $C_{1e}$(решить уравнение диффузии с соответствующими граничными условиями).

Внутри частицы действуют неравномерно распределенные источники тепла плотностью $q_i(\mathbf{r})$, за счет которых средняя температура поверхности частицы отличается от температуры газовой смеси вдали от нее. Нагрев поверхности может быть обусловлен многими факторами, например, протеканием объемной химической реакции; процессом радиоактивного распада вещества частицы; поглощением электромагнитного излучения и т.д. Функция $q_i(\mathbf{r})$ считается заданной. В частности, в случае электромагнитного излучения ситуация выглядит следующим образом. Энергия электромагнитного излучения, поглощаясь в объеме аэрозольной частицы, превращается в тепловую энергию. Локальное распределение возникающих таким образом источников тепла может быть описано некоторой функцией источников $q_i(\mathbf{r})$. Таким образом, при взаимодействии излучения с веществом в ограниченном объеме отдельной частицы может возникать весьма неравномерное распределение энергии, локальная плотность которых может в десятки раз превышать плотность падающего на частицу излучения.

Рассмотрение диффузиофореза проводится при условии, когда радиус капли можно считать неизменным. Это верно в случае, если время заметного изменения радиуса капли значительно больше времени релаксации диффузионных и тепловых неоднородностей вблизи капли. Молекулы конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха много меньших единицы ($C_{1e} \ll 1$), т.е. испарение капли протекает в диффузионном режиме, когда основное влияние на процесс переноса в окрестности частицы определяется молекулярной диффузией.

Коэффициент теплопроводности частицы по величине много больше коэффициента теплопроводности газа. Это допущение приводит к тому, что в коэффициентах динамической вязкости и диффузии можно пренебречь зависимостью от угла $\theta$ в системе «частица-газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры) и считается, что вязкость и диффузия связаны только с температурой $t_{e0}(r)$, т.е. $D_{12}(t_e(r,\theta)) \approx D_{12}(t_{e0}(r))$, $\mu_e(t_e(r,\theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(r))$. При этом $t_e(r,\theta) = t_{e0}(r) + \delta t_e(r,\theta)$, где $\delta t_e(r,\theta) << t_{e0}(r)$, а $\delta t_e(r,\theta), t_{e0}(r)$ определяются из решения тепловой задачи. Это допущение позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части, а связь между ними осуществляется через граничные условия.

При теоретическом описании диффузиофореза будем считать, что в силу малости времен тепловой и диффузионной релаксации процессы тепло- и массопереноса в системе частица–газ протекают квазистационарно; движение частицы происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса и она образована однородным и изотропным по своим свойствам веществом. Задача решается гидродинамическим методом, т. е. решаются уравнения газовой динамики с соответствующими граничными условиями.

Диффузиофорез удобно описывать в сферической системе координат $r$, $\theta$, $\varphi$ начало которой выбирается в центре капли, вектор $\nabla C_{1\infty}$ направлен вдоль полярной оси $z = r\cos\theta$. При указанном выборе системы координат испаряющуюся каплю можно считать покоящейся, а бинарную смесь - движущейся с постоянной скоростью $\mathbf{U}_\infty$ относительно центра капли. Из физических соображений ясно, что $\mathbf{U_{dh}} = \mathbf{U}_\infty$, где $\mathbf{U_{dh}}$– скорость диффузиофореза. Распределения скорости и давления должны быть симметричными относительно оси, проходящей через центр частицы и параллельны вектору скорости $\mathbf{U}_\infty$. В рамках сформулированных допущений распределения массовой скорости $\mathbf{U}$, давления $P$, температур $T$ и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси описываются следующей системой уравнений [4-5]

$$\frac{\partial P_e}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu_e\left[\frac{\partial U_j^e}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^e}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\delta_{jk}\frac{\partial U_m^e}{\partial x_m}\right]\right), \quad \frac{\partial}{\partial x_k}\big(\rho_e U_k^e\big) = 0, \quad m,\ k,\ j = 1,\ 2,\ 3;$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu_i\left[\frac{\partial U_j^i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^i}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\delta_{jk}\frac{\partial U_m^i}{\partial x_m}\right]\right), \quad \frac{\partial}{\partial x_k}\big(\rho_e U_k^e\big) = 0,$$

$$div\big(\lambda_e \nabla T_e\big) = 0, \quad div\big(\frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12}\nabla C_{1e}\big) = 0, \quad div\big(\lambda_i \nabla T_i\big) = -q_i$$

Эта система гидродинамических уравнений решалась со следующими граничными условиями в сферической системе координат

$$r = R, \quad n_{2e}U_r^e + D_{12}\frac{n_e^2 m_1}{\rho_e}\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = 0, \quad U_\theta^e - U_\theta^i = K_{TS}\frac{\nu_e}{RT_e}\frac{\partial T_e}{\partial r} + \frac{D_{12}}{R}\frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \quad T_e = T_i, \quad n_{1e} - n_{1S} = 0,$$

$$n_{1e}U_r^e - D_{12}\frac{n_e^2 m_2}{\rho_e}\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = n_{1i}U_r^i, \quad -\lambda_e\frac{\partial T_e}{\partial r} + \lambda_i\frac{\partial T_i}{\partial r} = L\frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e}D_{12}\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} - \sigma_0\sigma_1\big(T_i^4 - T_{e\infty}^4\big),$$

$$\mu_e\big(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\theta^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{r}\big) + \frac{1}{R}\frac{\partial \sigma}{\partial T_i}\frac{\partial T_i}{\partial \theta} = \mu_e\big(\frac{\partial U_\theta^i}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\theta^i}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^i}{r}\big)$$

$$r \to \infty, \quad U_r^e = U_\infty \cos\theta, \quad U_\theta^e = -U_\infty \sin\theta, \quad P_e = P_{e\infty}, \quad T_e = T_{e\infty}, \quad C_{1e} = C_{1\infty} + |\nabla C_{1\infty}| r\cos\theta,$$

$$r \to 0, \qquad T_i \neq \infty, \quad P_i \neq \infty, \quad \mathbf{U_i} \neq \infty.$$

Здесь $U_r$ и $U_\theta$ - радиальная и касательная компоненты массовой скорости $\mathbf{U}$; $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$, $\lambda_e$, $\mu_e$, $\nu_e$, $D_{12}$ - коэффициенты теплопроводности, динамической и кинематической вязкости и диффузии соответственно; $L$ – теплота фазового перехода; $\sigma_0$ – постоянная Стефана-Больцмана; $\sigma_1$ – интегральная степень черноты; $n_{1i}$ – концентрация молекул вещества капли; $n_{1S}$ – насыщенная концентрация первого компонента бинарной газовой смеси, зависящая от температуры поверхности частицы $T_i$; $K_{TS}$ и $K_{DS}$ – коэффициенты теплового и диффузионного скольжений, зависящие от коэффициентов аккомодации тангенциального импульса и энергии. Коэффициенты определяются методами кинетической теории газов и могут быть взяты из [6,7]. Эти коэффициенты, в известном смысле характеризуют степень взаимодействия молекул газа с поверхностью частицы. При коэффициентах аккомодации тангенциального импульса и энергий близких к единице они равны $K_{TS} = 1.161$ и $K_{DS} = 0.277$, соответственно.

В работе при описании свойств газообразной среды и частицы рассматривается степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры [8, 9], таким образом

$$\mu_e = \mu_{e\infty}t_e^\beta, \ \lambda_e = \lambda_{e\infty}t_e^\alpha, \ \rho_e = \rho_{e\infty}/t_e, \ \lambda_i = \lambda_{i\infty}t_i^\gamma, \ D_{12} = D_\infty t_e^{1+\omega},$$

$$\mu_{e\infty} = \mu_e\left(T_{e\infty}\right), \ \rho_{e\infty} = \rho_e\left(T_{e\infty}\right), \lambda_{e\infty} = \lambda_e\left(T_{e\infty}\right), \quad \lambda_{i\infty} = \lambda_i\left(T_{e\infty}\right),$$

$$D_\infty = D_{12}\big(T_{e\infty}\big), \quad t_k = T_k/T_{e\infty}, \quad k = e,\ i, \quad 0,5 \leq \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \omega\ \leq 1.$$

Определяющими параметрами задачи являются коэффициенты $\rho_{e\infty}$, $\mu_{e\infty}$, $\lambda_{e\infty}$ и сохраняющиеся в процессе движения частицы величины $R$, $T_{e\infty}$, $U_\infty$, $|\nabla C_{1\infty}|$. Из этих параметров можно составить следующие безразмерные комбинации: число Рейнольдса $\mathtt{Re}_\infty = \left(\rho_{e\infty}U_\infty R\right)/\mu_{e\infty} << 1$, тепловое число Пекле $\mathtt{Pe}_\infty = \left(c_p U_\infty R\rho_{e\infty}\right)/\lambda_{e\infty} << 1$, $\varepsilon = R|\nabla C_{1\infty}| << 1$. Здесь $c_p$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

При $\varepsilon \ll 1$ набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние, и поэтому решение уравнений гидродинамики следует искать в виде разложения по $\varepsilon \ll 1$. При нахождении силы и скорости диффузиофореза ограничимся поправками первого порядка малости. Выбор

разложения по малому параметру $\varepsilon \ll 1$ обусловлен граничным условием для относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси вдали от капли.

Последовательно определяя нулевые и первые разложения для распределения $t_e$, $t_i$ и $C_{1e}$ получаем:

$$t_e(y,\theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon \cdot t_{e1}(y,\theta), \quad t_i(y,\theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon \cdot t_{i1}(y,\theta),$$
$$C_{1e}(y,\theta) = C_{10}(y) + \varepsilon \cdot C_{11}(y,\theta),$$

где

$$t_{e0} = \big(1 + \frac{\Gamma_0}{y}\big)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad t_{i0} = \Big(B_0 + \frac{R^2(1+\gamma)J_0}{3\lambda_{i\infty}T_{e\infty}y} + (1+\gamma)\big[\int\limits_1^y \frac{\psi_0}{y}dy - \frac{1}{y}\int\limits_1^y \psi_0 dy\big]\Big)^{\frac{1}{1+\gamma}},$$

$$C_{10} = C_{1e\infty} + M_0\big(t_{e0}^{1+\alpha-\omega} - 1\big), \; t_{e1} = \frac{\cos\theta}{t_{e0}^{\alpha}}\frac{\Gamma_1}{y^2}, \; J_0 = \frac{1}{V}\int q_i dV, \; C_{11} = \cos\theta\big(M_1\Phi_1 + \Phi_2\big),$$

$$t_{i1} = \frac{\cos\theta}{t_{i0}^{\gamma}}\left\{B_1 y + \frac{RJ_1}{3\lambda_{i\infty}T_{e\infty}y^2} + \frac{1}{3}\left[y\int\limits_1^y \frac{\psi_1}{y^2}dy - \frac{1}{y^2}\int\limits_1^y \psi_1 y dy\right]\right\}, \; V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

$$J_1 = \frac{1}{V}\int q_i z dV, \quad \Phi_1 = \frac{1}{y^2}\sum_{n=0}^{\infty}\Delta_n^{(1)}\ell^n, \quad \Phi_2 = y\sum_{n=0}^{\infty}\Delta_n^{(2)}\ell^n + \alpha_1\ln(y)\Phi_1, \; \ell(y) = \frac{\Gamma_0}{y+\Gamma_0},$$

$$\psi_0 = -\frac{R^2}{2\lambda_{e\infty}T_{e\infty}}y^2\int\limits_{-1}^{+1} q_i dV, \quad \psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_{e\infty}T_{e\infty}}y^2\int\limits_{-1}^{+1} q_i x dV, \quad x = \cos\theta, \quad z = r\cos\theta.$$

$$\Delta_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+3)}\big\{(n+1)\big[2n-2-\frac{\omega}{1+\alpha}\big]\Delta_{n-1}^{(1)} - (n-2)\big[n-1-\frac{\omega}{1+\alpha}\big]\Delta_{n-2}^{(1)}\big\} \quad (n \geq 1),$$

$$\Delta_n^{(2)} = \frac{1}{n(n-3)}\Big\{(n-2)\big[2n-2-\frac{\omega}{1+\alpha}\big]\Delta_{n-1}^{(2)} - (n-2)\big[n-1-\frac{\omega}{1+\alpha}\big]\Delta_{n-2}^{(2)} +$$
$$+\frac{\alpha_1}{2\Gamma_0^3}\sum_{k=0}^{n-3}(n-k-2)(n-k-1)\big[(2k+3)\Delta_k^{(1)} - \big(2(k-1) - \frac{\omega}{1+\alpha}\big)\Delta_{k-1}^{(1)}\big]\Big\} \quad (n \geq 4),$$

$$\Delta_0^{(1)} = 1, \quad \Delta_0^{(2)} = 1, \quad \Delta_1^{(2)} = -\frac{\omega}{2(1+\alpha)}, \quad \Delta_2^{(2)} = 0, \quad \Delta_3^{(2)} = 1, \quad \frac{\alpha_1}{2\Gamma_0^{(3)}} = \frac{\Delta_1}{6}\big(2 + \frac{\omega}{1+\alpha}\big),$$

$\int q_i z dV$ – дипольный момент плотности тепловых источников. Интегрирование ведется по всему объему частицы.

Постоянные интегрирования, входящие в выражения для полей температур и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси определяются из соответствующих граничных условий на поверхности капли.

Среднее значение температуры поверхности частицы $T_{iS}$ определяется из решения следующей трансцендентной системы уравнений

$$\begin{cases} t_{eS} = t_{iS}, \\ \dfrac{\ell^{(S)}t_{eS}}{1+\alpha} - \dfrac{1}{4\pi R\lambda_{eS}T_{e\infty}}\displaystyle\int_V q_i(r,\theta)dV = -\dfrac{\sigma_0\sigma_1 RT_{e\infty}}{\lambda_{eS}}\big(t_{iS}^4 - 1\big) - LD_{12}^{(S)}b_0\ell^{(S)}t_{eS}^{\alpha-\omega}, \end{cases}$$

в которой $b_0 = \dfrac{1+\alpha-\omega}{(1+\alpha)\lambda_{eS}T_{e\infty}}\dfrac{M_0 n_{e\infty}^2 m_1 m_2}{\rho_{e\infty}}$, $t_{eS} = t_{e0}(y=1)$, $t_{iS} = t_0(y=1)$, $\lambda_{eS} = \lambda_{e\infty}t_{eS}^{\alpha}$, $D_{12}^{(S)} = D_\infty t_{eS}^{1+\omega}$, $\ell^{(S)} = \ell(y=1)$ и интегрирование ведется по всему объему частицы.

При выполнении условия $\lambda_e \ll \lambda_i$ в коэффициентах динамической вязкости и диффузии можно пренебречь зависимостью от угла $\boldsymbol{\theta}$ в системе «частица–газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры) и считается, что вязкость и диффузия связаны только с температурой $t_{e0}(r)$, т.е. $D_{12}(t_e(r,\theta)) \approx D_{12}(t_{e0}(r))$, $\mu_e(t_e(r,\theta)) \approx \mu_e(t_{e0}(r))$. С учетом этого имеем

$$\mu_e = \mu_{e\infty}\Big(\frac{\Gamma_0}{y+\Gamma_0}\Big)^{\dfrac{\beta}{1+\alpha}}, \quad D_{12} = D_\infty\Big(\frac{\Gamma_0}{y+\Gamma_0}\Big)^{\dfrac{1+\omega}{1+\alpha}}.$$

В дальнейшем эти соотношения использовались при нахождении полей скорости, давления и относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси в окрестности испаряющейся капли.

Вид граничных условий вдали от капли ($r \to \infty$) позволяет разделить переменные при решении уравнений газовой динамики. Компоненты скорости и давления находим в виде:

$$U_r(y,\theta) = U_\infty G(y)\cos\theta, \quad U_\theta(y,\theta) = -U_\infty g(y)\sin\theta, \quad P(y,\theta) = P_\infty + h(y)\cos\theta,$$

где $G(y)$, $g(y)$ и $h(y)$– произвольные функции, зависящие от радиальной координаты $y = r/R$.

Подставляя выражения для компонент массовой скорости и давления в линеаризованные по скорости уравнения Навье-Стокса, и, учитывая слабую угловую асимметрию распределения температуры, разделяя переменные, получаем дифференциальное уравнение для функции $G(y)$ (см., например, [10, 11]). Решение полученного дифференциального уравнения для функции $G(y)$ находилось в виде обобщенных степенных рядов. После того, как нами получены выражения для полей температур, относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси, массовой скорости и давления мы можем найти выражение для общей силы, действующей на испаряющуюся каплю. Сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по ее поверхности [4, 5] и в нашем случае она будет складываться из силы вязкого сопротивления среды $\mathbf{F}_\mu$ и диффузиофоретической силы $\mathbf{F}_{dh}$

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{F}_\mu + \varepsilon\mathbf{F}_{dh}, \quad \mathbf{F}_\mu = 6\pi\, R\, \mu_{e\infty}\, f_\mu\, U_\infty\, \mathbf{n}_z, \quad \mathbf{F}_{dh} = -6\pi\, R\, \mu_{e\infty}\, f_{dh}\, \mathbf{n}_z,$$

где

$$f_\mu = \frac{2}{3}\frac{N_2 + \dfrac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}N_3}{N_1 + \dfrac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}N_4}, \quad f_{dh} = \frac{4}{3}\frac{G_1}{N_1 + \dfrac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}N_4}\Big\{\frac{D_{12}^{(S)}}{R}b_2\big(\Phi_2^I - \frac{\Phi_2\Phi_1^I}{\Phi_1}\big) + \frac{\Gamma_1}{t_{eS}^\alpha}\Big[K_{TS}\frac{\nu_{eS}}{Rt_{eS}} +$$

$$+K_{DS}C_{1S}^* + \frac{1}{3\mu_{iS}}\frac{\partial\sigma}{\partial t_i} + C_{1S}^*\frac{\Phi_1^I}{\Phi_1}b_2 - \frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha}M_0\ell^{(S)}t_{eS}^{1+\alpha-\omega}\big(\frac{1+\omega}{t_{eS}}b_2 + C_{1S}^*b_4\big)\Big]\Big\},$$

$$b_1 = \frac{G_4}{G_1}b_0 + \frac{n_{e\infty}C_{10}}{n_{1i}t_{eS}}\big(M_0m_1 - \frac{1}{C_{10}}\big)\frac{n_{e\infty}^2m_2}{\rho_{e\infty}}, \quad b_2 = b_1 - \frac{n_{e\infty}m_1}{\rho_{e\infty}(1-C_{10})}\frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}\frac{G_1 - G_4 + G_4^I}{G_1},$$

$$b_3 = \frac{n_{e\infty}C_{10}}{n_{1i}t_{eS}}\big(\frac{m_1}{(1-C_{10})^2} + \frac{m_2}{C_{10}^2}\big)\frac{n_{e\infty}}{\rho_{e\infty}} + \frac{n_{e\infty}m_1}{\rho_{e\infty}(1-C_{10})^2}\frac{G_4}{G_1}, \quad G_1 = \frac{1}{y^3}\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(1)}\ell^n,$$

$$b_4 = b_1b_3 - \frac{n_{e\infty}m_1}{\rho_{e\infty}(1-C_{10})}\frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}\frac{G_1 - G_4 + G_4^I}{G_1(1-C_{10})}, \quad G_2 = \frac{1}{y}\sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(2)}\ell^n + \omega_2\ln(y)G_1,$$

$$G_3 = \sum_{n=0}^{\infty}C_n^{(3)}\ell^n + \omega_2\ln(y)G_1, \quad \frac{\Gamma_1}{t_{eS}^\alpha} = \frac{RJ_1}{\lambda_{iS}\delta T_{e\infty}} + L\frac{D_{12}^{(S)}n_{e\infty}^2m_1m2}{\rho_{e\infty}t_{eS}\delta T_{e\infty}\lambda_{iS}}\big(\Phi_2^I - \frac{\Phi_2\Phi_1^I}{\Phi_1}\big),$$

$$\delta = 1 + 2\frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} + 4\frac{\sigma_0\sigma_1 R T_{e\infty}^3}{\lambda_{iS}} t_{iS}^3 - L\frac{D_{12}^{(S)} n_{e\infty}^2 m_1 m_2}{\rho_{e\infty}\lambda_{iS} t_{eS} T_{e\infty}}\big(C_{1S}^* \frac{\Phi_1^I}{\Phi_1} - \omega\frac{1+\alpha-\omega}{1+\alpha} M_0 \ell^{(S)} t_{eS}^{\alpha-\omega}\big),$$

$$\lambda_{iS} = \lambda_i(t_{iS}),\ N_3 = G_3 G_1^{II} - G_1 G_3^{II} + \big(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha}\big)\big(G_3 G_1^I - G_1 G_3^I\big),\ M_0 = \frac{C_{1S}^H - C_{1\infty}}{t_{eS}^{1+\alpha-\omega} - 1},$$

$$N_1 = G_1 G_2^I - G_2 G_1^I,\ N_4 = G_2 G_1^{II} - G_1 G_2^{II} + \big(2 + \frac{\ell^{(S)}}{1+\alpha}\big)\big(G_2 G_1^I - G_1 G_2^I\big),$$

$$C_{1S}^* = \frac{dC_{1S}^H}{dt_{iS}},\ N_2 = G_1 G_3^I - G_3 G_1^I,\ \ G_k = \big(1 + \frac{\ell}{2(1+\alpha)}\big) C_{k-3} + \frac{1}{2} G_{k-3}^I, k = 4, 5, 6$$

Индексом "$I$" и "$II$" здесь обозначены первая и вторая производные от соответствующих функций. Выражения для коэффициентов $C_n^{(1)}$, $C_n^{(2)}$ и $C_n^{(3)}$ определяются методом неопределенных коэффициентов из дифференциального уравнения для функции $G(y)$.

Приравнивая общую силу $\mathbf{F_z}$ к нулю получаем выражение для скорости диффузиофореза испаряющейся капли во внешнем заданном поле градиента относительной концентрации первого компонента бинарной газовой смеси. Полученные формулы для силы и скорости диффузиофореза позволяют описывать движение испаряющейся капли при произвольных относительных перепадах температуры в окрестности аэрозольной частицы и поэтому носят наиболее общий характер. При нахождении решения линеаризованного по скорости уравнения Навье-Стокса использовался степенной характер зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. В случае малых относительных перепадов температуры выражения для силы и скорости диффузиофореза переходят в ранее известные результаты.

По полученным выше формулам были проведены численные оценки влияния нагрева поверхности для капель меди и железа радиуса $R = 20$ мкм взвешенных в азоте при $T_{e\infty} = 300^o K$, $P_{e\infty} = 1$ атм и $C_{1\infty} = 0,005$ на величину силы и скорости диффузиофореза. Оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости диффузиофореза от средней температуры поверхности частиц.

## Примечания:


1. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких среда. Ереван: Луйс. 1985. 208 с.

2. Черняк В.Г., Стариков С.А., Береснев С.А. Диффузиофорез аэрозольной частицы в бинарной газовой смеси // ПМТФ,2001. Т. 42. № 3. С. 18-25.

3. Яламов Г.Ю. О влиянии на скорость диффузиофореза крупной летучей капли коэффициента испарения и ее размера // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 41-45.

4. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М: Мир. 1960.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1986.

6. Яламов Ю.И., Юшканов А.А. Диффузионное скольжение бинарной газовой смеси вдоль искривленной поверхности //ДАН СССР. 1977. Т. 237. № 2. С. 303-306.

7. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны //ДАН СССР. 1980. Т. 254. № 2. С. 1047-1050.

8. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия. 1966.

9. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука. 1977.

10. Малай Н.В. К вопросу о термофорезе твердой сферической частицы в жидкости // Изв. РАН МЖГ. 2003. № 6. С. 145-154.

11. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // ПМТФ. 2008. Т. 49. № 1. С. 74-80.