
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

MATHEMATICAL METHODS IN ECONOMY

УДК 338:37
ББК 65.497.4
З 98

Л.В. Зюзина

Старший преподаватель Новокубанского филиала Кубанского государственного аграрного университета, г. Армавир. Тел.: (86137) 443 92, e-mail: lavz@mail.ru.

Метод оценки взаимовлияния элементов в сложных взаимосвязанных подсистемах со слабоструктурированными проблемами при решении распределительной задачи

(Рецензирована)

Аннотация. В статье описывается метод оценки вариантов распределения дефицитных ресурсов между элементами сложных взаимосвязанных систем. Метод позволяет определить вариант распределения, при котором ущерб от недофинансирования системы минимален.

Ключевые слова: метод, модель, технология, ресурсы, дефицит, взаимосвязь.

L.V. Zyuzina

Senior Lecturer of the Novokubansky Branch, the Kuban State Agricultural University, Armavir. Ph.: (86137) 443 92, e-mail: lavz@mail.ru.

Estimation method of interference of elements in complex interconnected subsystems with weak structural problems in solving a distributive problem

Abstract. The paper describes the method for an estimation of variants of distribution of scarce resources between elements in complex interconnected systems. The method allows a definition of a distribution variant at which the damage from system underfinancing is minimum.

Keywords: a method, model, technology, resources, deficiency, interrelation.

Экономические успехи страны во многом обуславливаются образованностью граждан, подготовленностью рабочей силы на всех уровнях. Поэтому развитие и эффективное функционирование системы «Образование» является потенциалом инновационного развития страны. В свою очередь, эффективность функционирования системы «Образование» зависит от многих составляющих, в том числе процессов оптимального рас-

пределения ресурсов между ее подсистемами, между элементами подсистем.

Целью данной статьи является описание метода оценки взаимовлияния элементов в сложных взаимосвязанных подсистемах системы «Образование» и пример его апробации на предметной области «Организационная структура вуза».

Для эффективного распределения ресурсов в системе «Образование» пред-

лагается учитывать следующие ее особенности:

1) система «Образование» состоит из взаимосвязанных элементов;

2) элементы системы сами являются сложными системами;

3) для достижения цели системой «Образование» требуется учитывать как взаимосвязи элементов системы между собой, так и с элементами внешней среды; в противном случае система «Образование» не будет удовлетворять запросам общества;

4) связи между элементами могут изменяться в силу различных обстоятельств внутреннего и внешнего характера;

5) элементы могут изменять содержание и свою значимость для системы;

6) система в целом и ее элементы функционируют в пределах границ, определяющих ее целостность;

7) границы функционирования каждого элемента системы определяют параметры, которые могут быть классифицированы как главные, несущие основную информативную нагрузку для принятия управленческого решения, и второстепенные, значениями которых в рамках конкретного управленческого решения можно пренебречь. Параметры также определяют принадлежность элемента к системе;

8) существует возможность определения границ изменения каждого параметра, выполнения действий над ними по однотипным правилам.

Системы с перечисленными особенностями можно классифицировать как класс сложных взаимосвязанных подсистем системы «Образование» с наличием слабоструктурированных проблем (СВПСП) [1].

Реализовать процесс распределения ресурсов для сложных взаимосвязанных подсистем системы «Образование» можно при помощи когнитивной информационной технологии [2, 3], с помощью которой может быть построена и исследована когнитивная модель сложного объекта. Как известно [2, 4], когнитивная модель — это граф (когнитивная карта, функциональный параметрический векторный граф и др.).

Когнитивная технология в данном случае может быть представлена этапами, порядок и количество которых могут варьироваться в зависимости от сферы применения:

— разработка когнитивной модели;

— определение желаемого, «идеального» на текущий момент варианта распределения ресурсов, которое возможно в том случае, когда каждому элементу системы распределяется требуемое для его нормального функционирования количество ресурсов;

— изыскание ресурсов внутри каждого элемента системы и системы в целом;

— определение для каждого элемента системы возможных запасов ресурсов, которые позволят сократить потребность в ресурсах при их дефиците;

— определение общего количества распределяемого ресурса;

— определение наличия взаимосвязей между элементами системы и их количественная оценка (при помощи экспертов);

— определение состава элементов системы, между которыми требуется распределить ресурсы;

— определение правил и ограничений, согласно которым будет осуществляться распределение;

— определение наиболее подходящего инструмента, посредством которого будет осуществляться распределение;

— определение критерия для выбора оптимального распределения;

— непосредственное распределение ресурсов.

Центральной процедурой технологии распределения ресурсов является разработка модели, отражающей важнейшие параметры объектов и совокупность разрешенных действий каждого объекта.

Обобщенная модель распределительной задачи для СВПСП может быть представлена как совокупность состояний объектов и действий над ними:

$$M = \langle Y_0, r, Z, R, P, F, D, I, O, Q \rangle, \quad (1)$$

где M — кортеж, в котором Y_0 — вектор оптимального (желаемого, «идеаль-

ного») варианта решения задачи распределения;

r — вектор изысканных дополнительных ресурсов внутри учреждения;

Z — вектор запасов, имеющихся у элементов системы;

R — общее количество распределяемых ресурсов;

P — правила отбора элементов, между которыми ресурсы будут распределены;

F — когнитивная модель в виде функционального графа, анализ которого необходим для разработки механизма распределения ресурсов;

D — действия, которые можно совершать над элементами в процессе распределения;

I — выбор инструмента, посредством которого будет осуществляться распределение;

O — определение ограничений;

Q — функция, позволяющая определить оптимальный вариант распределения на текущий момент.

Для оценки эффективности решения распределительной задачи требуется метод, позволяющий получать численные значения результатов преобразования исходных данных. Метод должен учитывать взаимосвязи между вершинами упорядоченного функционального графа, который является когнитивной моделью. Упорядочение графа необходимо для того, чтобы иметь четкое представление о соотношении базовых и производных вершин графа и формировать варианты плана распределения ресурсов более обоснованно, отсекая очевидно «плохие» варианты.

Базовым элементом (модулем) будем считать тот элемент графа, который связан с другими элементами исходящими связями; производным элементом — такой элемент графа, который в логической цепочке с базовым элементом стоит на втором месте, связан с базовым элементом входящими связями.

Орграф, изображенный на рисунке 1, имеет 5 слоев, как показано на рисунке 2.

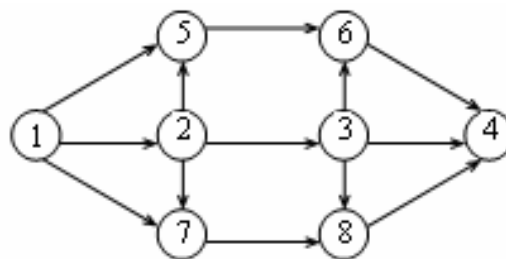


Рисунок 1.
Граф взаимосвязей вершин

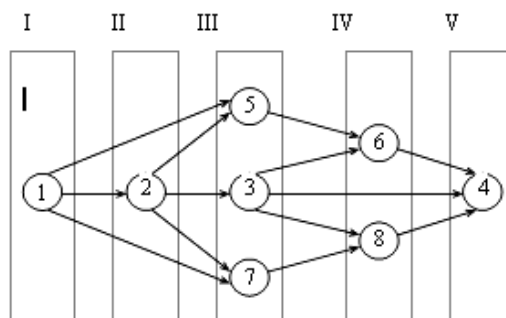


Рисунок 2.
Упорядоченный граф

Математический аппарат метода разрабатывался исходя из следующей логики. Как правило, каждая вершина текущего слоя влияет на вершину (вершины) последующих слоев. Если происходит недофинансирование вершины текущего слоя, то этот факт соответственно влияет на результат деятельности вершины последующего слоя. Недофинансирование вершины из текущего слоя приводит к уменьшению активности и результативности работы, то есть «вход» для вершины последующего слоя уменьшается. Назовем это влияние *коэффициентом обеспеченности вершины предыдущего слоя*. Это влияние можно измерить как в процентах, так и в долях.

Таким образом, в общем случае на деятельность элемента оказывают влияние коэффициент взаимосвязи между вершинами, коэффициент обеспеченности вершины предыдущего слоя и собственный коэффициент обеспеченности вершины, то есть

$$R_i = k_{v_{i-1}} \cdot \mathcal{E}_{i-1;i} \cdot K_{v_i}, \quad (2)$$

где R_i — результат деятельности i -ой вершины;

$k_{v_{i-1}}$ — коэффициент обеспеченности вершины предыдущего слоя;

$\mathcal{E}_{i-1; i}$ — степень влияния вершины предыдущего слоя на вершину текущего слоя;

K_{Vi} — коэффициент обеспеченности вершины текущего слоя.

$$k_{Vi} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина обеспечена ресурсами полностью} \\ < 1, & \text{если ресурсов вершине не хватает} \end{cases} \quad (3)$$

численно можно определить как отношение количества фактически распределенных ресурсов к количеству необходимых для вершины ресурсов, то есть

$$k_{Vi} = \frac{Q_{\text{факт}}}{Q_{\text{необх}}} \quad (4)$$

Коэффициент тесноты связи между вершинами может быть установлен экспертно. Обозначим его \mathcal{E}_{mn} , где m — номер вершины текущего слоя, n — номер вершины в последующем слое.

Коэффициент обеспеченности ресурсами вершины k_{Vi}

Будем считать, что внутренние проблемы функционирования не оказывают влияния на результат деятельности вершины, то есть результат деятельности зависит только от величин k_{Vi-1} , $\mathcal{E}_{i-1; i}$, K_{Vi} .

Для вывода формул, позволяющих определить численное значение влияния элементов системы друг на друга, рассмотрим сложную систему, представленную упорядоченным графом — рис. 3.

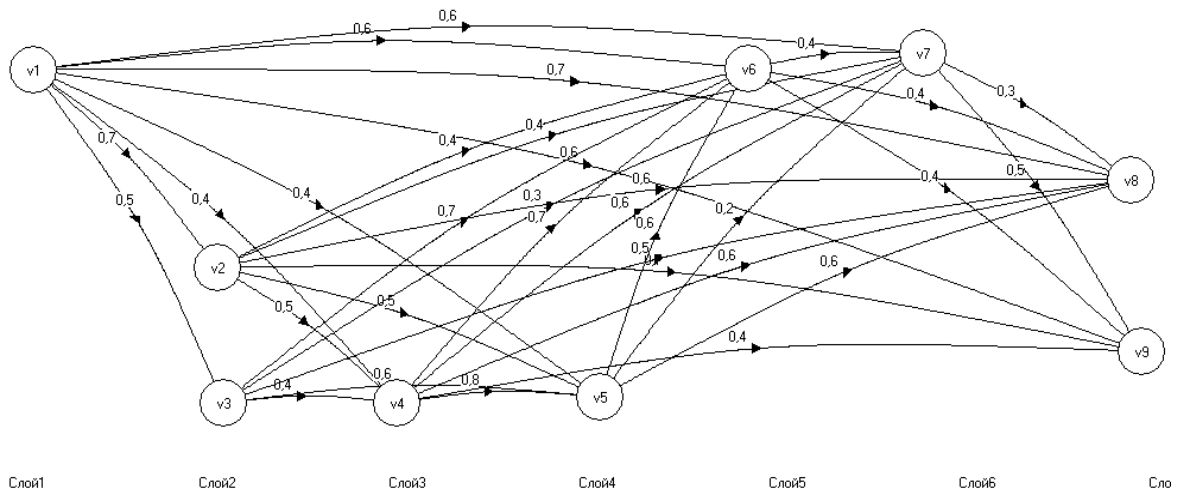


Рисунок 3. Упорядоченный орграф содержательных связей

При полноценном финансировании ($K_{Vi=1}$) результаты вершин (подразделений) сложной системы R_{i0} (i — номер вершины, 0 — оптимальный, «идеальный» вариант) можно считать «идеальными» и можно определить:

$$\begin{aligned} R_{10} &= 1; \\ R_{20} &= R_{10} \cdot \mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_{12}; \\ R_{30} &= R_{10} \cdot \mathcal{E}_{13} = \mathcal{E}_{13}; \\ R_{40} &= R_{10} \cdot \mathcal{E}_{14} \cdot R_{20} \cdot \mathcal{E}_{24} \cdot R_{30} \cdot \mathcal{E}_{34} = \\ &= 1 \cdot \mathcal{E}_{14} \cdot R_{10} \cdot \mathcal{E}_{12} \cdot \mathcal{E}_{24} \cdot R_{10} \cdot \mathcal{E}_{13} \cdot \mathcal{E}_{34} = \\ &= \mathcal{E}_{12} \cdot \mathcal{E}_{13} \cdot \mathcal{E}_{14} \cdot \mathcal{E}_{24} \cdot \mathcal{E}_{34}; \end{aligned}$$

$$R_{90} = \prod_{i=1}^8 \mathcal{E}_{1,i+1} \cdot \prod_{i=2}^8 \mathcal{E}_{2,i+1} \cdot \prod_{i=3}^8 \mathcal{E}_{3,i+1} \cdot \prod_{i=4}^8 \mathcal{E}_{4,i+1} \cdot \prod_{i=5}^8 \mathcal{E}_{5,i+1} \cdot \prod_{i=6}^8 \mathcal{E}_{6,i+1} \cdot \prod_{i=7}^8 \mathcal{E}_{7,i+1} \cdot \prod_{i=8}^8 \mathcal{E}_{8,i+1}$$

$R_{5i} = \mathcal{E}_{12} \cdot \mathcal{E}_{13} \cdot \mathcal{E}_{14} \cdot \mathcal{E}_{15} \cdot \mathcal{E}_{24} \cdot \mathcal{E}_{34} \cdot \mathcal{E}_{45} \cdot \mathcal{E}_{25} \cdot \mathcal{E}_{35} \cdot \mathcal{E}_{45}$ и т.д.
Результат деятельности девятой вершины будет иметь вид:
 $R_{9i} = \mathcal{E}_{12} \cdot \mathcal{E}_{13} \cdot \mathcal{E}_{14} \cdot \mathcal{E}_{15} \cdot \mathcal{E}_{16} \cdot \mathcal{E}_{17} \cdot \mathcal{E}_{19} \cdot \mathcal{E}_{23} \cdot \mathcal{E}_{24} \cdot \mathcal{E}_{25} \cdot \mathcal{E}_{26} \cdot \mathcal{E}_{27} \cdot \mathcal{E}_{29} \cdot \mathcal{E}_{34} \cdot \mathcal{E}_{36} \cdot \mathcal{E}_{37} \cdot \mathcal{E}_{39} \cdot \mathcal{E}_{45} \cdot \mathcal{E}_{46} \cdot \mathcal{E}_{47} \cdot \mathcal{E}_{49} \cdot \mathcal{E}_{56} \cdot \mathcal{E}_{57} \cdot \mathcal{E}_{59} \cdot \mathcal{E}_{67} \cdot \mathcal{E}_{69} \cdot \mathcal{E}_{79}$.

В общем случае полноценного финансирования (идеальный вариант) результат деятельности 9 вершины с учетом влияния других вершин может быть рассчитан по формуле:

Для i -ой вершины формула имеет вид:

$$Ri = \prod_{i=1}^{k-1} \mathcal{E}_{1,i+1} \cdot \prod_{i=2}^{k-1} \mathcal{E}_{2,i+1} \cdot \prod_{i=3}^{k-1} \mathcal{E}_{3,i+1} \cdot \prod_{i=4}^{k-1} \mathcal{E}_{4,i+1} \cdot \dots \cdot \prod_{i=k-1}^{k-1} \mathcal{E}_{5,i+1} \cdot \prod_{i=k-1}^{k-1} \mathcal{E}_{k-1,i+1} \quad (5)$$

Если какая-либо m -я вершина не влияет на результат i -ой вершины, то при расчете результатов деятельности i -ой вершины следует считать равными единице все множители, характеризующие влияние m -й вершины на i -ю вершину.

При принятой логике рассуждения можно наблюдать изменение результата деятельности вершин, зависящих от результатов деятельности вершин

$$Ri = \prod_{i=1}^{k-1} kV_1 \cdot \mathcal{E}_{1,i+1} \cdot \prod_{i=2}^{k-1} kV_2 \cdot \mathcal{E}_{2,i+1} \cdot \prod_{i=3}^{k-1} kV_3 \cdot \mathcal{E}_{3,i+1} \cdot \prod_{i=4}^{k-1} kV_4 \cdot \mathcal{E}_{4,i+1} \cdot \dots \cdot \prod_{i=k-1}^{k-1} kV_{k-1} \cdot \mathcal{E}_{k-1,i+1} \cdot \prod_{i=k-1}^{k-1} kV_k \cdot \mathcal{E}_{k-1,i+1} \quad (6)$$

Результат недофинансирования системы будет проявляться в множителях kVi и усугубит лавинообразность результатов функционирования элементов системы и системы в целом. Для того чтобы уменьшить негативные последствия недофинансирования вершин, требуется разработать стратегии финансирования вершин, рассчитать численные значения реализации стратегий и выбрать ту стратегию, которая будет минимально отклоняться от идеального варианта.

Результат деятельности системы в целом можно определить суммированием результатов деятельности каждой вершины, то есть

$$OR = \sum_{i=1}^9 Ri \quad (7)$$

Критерием оценки результата общего функционирования можно считать формулу

$$F = \min |OR_o - OR_i| \quad (8)$$

где OR — результат деятельности системы при дефицитном финансировании;

OR_i — результат деятельности системы при полноценном финансировании.

Апробация распределения ресурсов была сделана на примере органи-

предыдущих слоев, которое, если попытаться представить результаты в геометрической форме, выглядит, как лавинообразное уменьшение.

Если же имеет место недофинансирование системы, то для каждой вершины системы следует рассчитать коэффициент недофинансирования k_{Vi} ; формула оценки результата функционирования i -ой вершины имеет вид:

зационной структуры Новокубанского филиала Кубанского государственного аграрного университета.

Организационная структура вуза характеризуется совокупностью подразделений, взаимосвязанных между собой. Каждое подразделение отвечает за конкретные направления деятельности, успешное осуществление которой требует ресурсов. Конкретные направления деятельности подразделений могут быть выделены как элементы системы, между которыми требуется распределить ресурсы.

Наиболее значимыми на текущий момент направлениями деятельности структурных подразделений НФ КубГАУ являются следующие:

$V1$ — соблюдение санитарно-гигиенических норм в учебных корпусах, а именно: поддержание температурного режима в аудиториях в допустимых пределах связано с ремонтом газового оборудования котельной вуза;

$V2$ — формирование качественного профессорско-преподавательского состава (ППС);

$V3$ — формирование отдела охраны учебного заведения;

$V4$ — обеспечение учебного процесса новыми версиями лицензионных программных средств;

V5 — замена устаревшего оборудования в компьютерном классе на современное;

V6 — замена оборудования лаборатории образцами техники, реально используемой во внешней среде

V7 — замена оборудования учебных аудиторий современным оборудованием (интерактивными досками);

V8 — обновление библиотечного фонда в соответствии с развитием современных знаний;

V9 — издание учебно-методических материалов ППС и другие виды деятельности.

Выделенные направления деятельности V_i , требующие финансовых ресурсов, будем считать вершинами орграфа.

Далее определяем желаемые, «идеальные» количественные показатели ресурсов, которые требуются для достижения целей указанных направлений деятельности.

По оценкам руководителей (экспертов) соответствующих подразделений для осуществления указанных направлений деятельности требуются следующие финансовые ресурсы (табл. 1):

Таблица 1

«Идеальная» потребность в финансовых ресурсах

Вершины	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
Сумма, тыс.р.	100	150	100	50	300	300	700	400	300

На основании мнений экспертов установим взаимосвязи вершин V_i , зафиксируем их в матрице взаимосвязей (табл.2).

Таблица 2

Матрица взаимосвязей

Вершина	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8	v9
v1	0	0	0	0.1	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
v2	0	0	0	0.7	0.8	0.8	0.8	0.7	0.6
v3	0	0	0	0.4	0.6	0.7	0.8	0.6	0.7
v4	0	0	0	0	0.8	0.7	0.9	0.6	0.5
v5	0	0	0	0	0	0.6	0.4	0.6	0
v6	0	0	0	0	0	0	0.4	0.4	0.4
v7	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.5
v8	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Геометрическим отображением матрицы взаимосвязей является орграф взаимосвязей (рис. 4), который отражает наши представления о взаимосвязях между элементами и является когнитивной картой предметной области исследования.

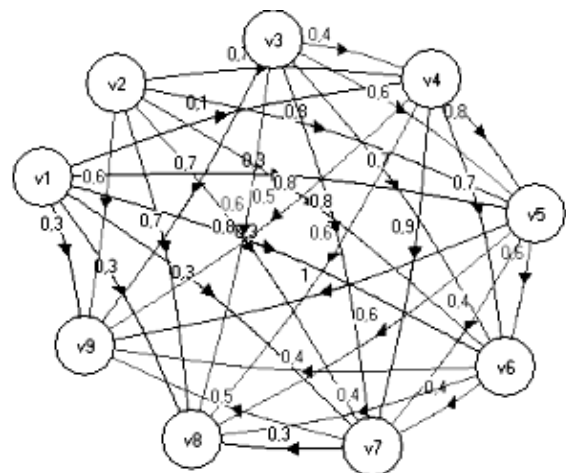
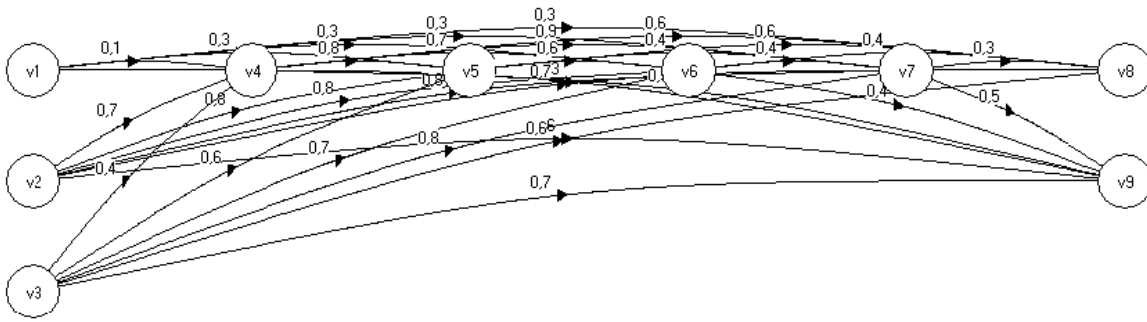


Рисунок 4. Орграф взаимосвязей

Упорядочим оргграф (рис 5).



Слой1 Слой2 Слой3 Слой4 Слой5 Слой6

Рисунок 5. Упорядоченный граф содержательных связей

На основании упорядоченного оргграфа разработаем варианты распределения ресурсов по элементам системы, исходя из реального их количества. При разработке вариантов моделирования будем учитывать тот факт, что наиболее значимыми вершинами, недофинансирование которых приведет к крайне негативному эффекту, являются вершины V1, V2 и V3, поскольку они оказывают влияние на все остальные вершины.

Далее определим количество имеющихся для распределения дефицитных ресурсов, разработаем варианты распределения ресурсов по элементам системы. Также требуется определить

критерий для сравнения результатов расчета.

Для этого рассчитаем результаты при желаемом, «идеальном» финансировании системы. Этот результат примем за критерий оценки результатов других вариантов распределения. Лучшим вариантом распределения дефицитных ресурсов будем считать тот вариант, при котором разность между результатом «идеального», полноценного распределения и дефицитного распределения будет минимальным.

Варианты распределения ресурсов, распределяемая сумма и численное значение результатов функционирования системы в целом представлены в таблице 3.

Таблица 3

Варианты распределения дефицитных ресурсов по элементам системы; распределяемая сумма и численное значение результатов распределения

	v1	v2	v3	v4	v5	v6	v7	v8	v9	Сумма	ЦФ
Идеал	100	150	100	50	300	300	700	400	300	2400	3.259
Mod 1	100	150	100	50	200	200	360	400	240	1800	3.147
Mod 2	100	100	80	50	250	250	570	350	250	1800	2.578
Mod 3	100	150	100	50	300	300	100	400	300	1800	3.2205
Mod 4	100	150	100	50	300	300	600	100	100	1800	3.248

Анализируя результаты расчетов различных вариантов распределения, следует отметить, что наиболее близок к «идеальному» распределению вариант №4.

Результаты моделирования в графическом виде представлены на рисунке 6.

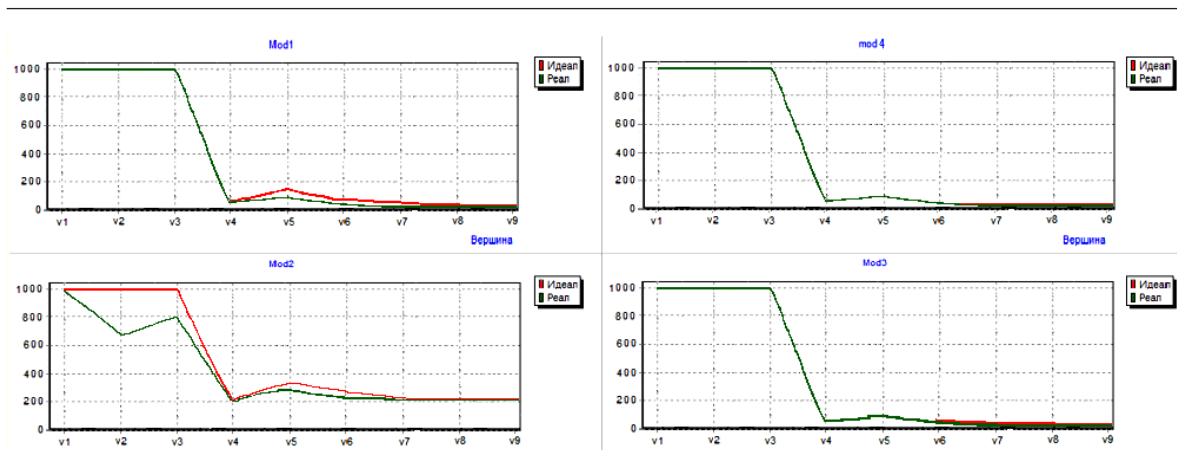


Рисунок 6. Результаты моделирования в графическом представлении

Из результатов моделирования на рисунке 6 видно, что линии, характеризующие результаты функционирования вершин графа при полноценном и дефицитном финансировании системы, практически совпадают при реализации четвертого варианта распределения ресурсов.

Таким образом, предложенный метод оценки взаимовлияния элементов позволяет численно оценить эффективность распределения ресурсов между элементами системы. Когнитивная модель, элементом кото-

рой предложенный метод является, дает возможность подобрать такой вариант распределения дефицитных ресурсов, чтобы последствия недофинансирования были для системы минимальными.

Следует отметить, что предложенный метод может быть использован для распределения ресурсов не только в рамках подсистем системы «Образование», но и в рамках других предметных областей, имеющих сложные взаимосвязанные системы со слабо структурированными проблемами.

Примечания:

1. Зюзина Л.В. Особенности решения задачи распределения ресурсов в социально-экономических системах на современном этапе // Ученые записки Российской академии предпринимательства. 2009. №19. С. 190-197.
2. Максимов В.И., Корноушенко Е.К. Аналитические основы применения когнитивного подхода при решении слабоструктурированных задач // Труды ИПУ РАН. М.: ИПУ РАН, 1999.
3. Зюзина Л.В. Технология дополнения содержания обучения студентов технических вузов на примере управленческих знаний // Российский экономический интернет-журнал, 2009. URL: http://www.e-rej.ru/Speakers.htm#let_z_rus.
4. Горелова Г.В., Захарова Е.Н., Радченко С.А. Исследование слабоструктурированных проблем социально-экономических систем. Когнитивный подход. Таганрог. 2007. 425 с.