
УДК 530.145:530.12
ББК 22.315
Х 70

Хоконов М.Х.

Доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой теоретической физики физического факультета Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова, тел. (8662) 42-67-92, e-mail: khokon6@mail.ru

Бекулова И.З.

Ассистент кафедры теоретической физики физического факультета Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова, тел. (8662) 42-67-92

**Нелинейные эффекты в поле интенсивной лазерной волны
и излучение релятивистских электронов^{*}**
(Рецензирована)

Аннотация

Теоретически исследуется процесс генерации высших гармоник в результате взаимодействия интенсивных лазерных волн с релятивистскими электронами. Представлен общий подход квантовой модификации, согласно которому лазерный пучок может не являться идеальной плоской волной.

Ключевые слова: *ультрарелятивистские электроны, лазер, взаимодействие, квантовые модификации, каналирование, ондуляторное излучение, дипольное приближение, синхротронное приближение.*

Khokonov M.Kh.

Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Theoretical Physics Department of Physical Faculty, Kh.M. Berbekov Kabardin-Balkar State University, ph. (8662) 42-67-92, e-mail: khokon6@mail.ru

Bekulova I.Z.

Assistant Lecturer of Theoretical Physics Department of Physical Faculty, Kh.M. Berbekov Kabardin-Balkar State University, ph. (8662) 42-67-92

**Nonlinear effects in the field of intense laser wave
and relativistic electron radiation**

Abstract

The paper examines theoretically the generation of higher harmonics by the interaction of intense laser waves with relativistic electrons. The authors present the general approach of the quantum modification, according to which the laser beam cannot be an ideal plane wave.

Key words: *ultrarelativistic electrons, laser, interaction, quantum modification, channeling, undulator radiation, dipole approximation, synchrotron approximation.*

Введение

Нелинейные эффекты, возникающие при взаимодействии ультрарелятивистских электронов с интенсивным излучением тераваттных лазеров, впервые были экспериментально изучены в 1996 году, когда в спектре излучения электронов наблюдались первые четыре гармоники [1]. Стремительный прогресс в создании сверхмощных лазеров позволяет достигать в настоящее время в пучке лазера мощности 10^{15} Вт [2]. Такие поля порождают новые физические явления. Так, сталкивающиеся интенсивные лазер-

^{*} Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 08-02-01130-а.

ные пучки могут порождать насыщенную электрон-позитронными парами плазму [3].

В работе [4] было показано, что наблюдение многофотонного каскадного излучения с квантовым спектром становится возможным, когда электрон движется навстречу плоской волне петаваттного лазера. Более того, такой эффект может иметь место на одном периоде лазерной волны. В данной работе мы анализируем такие случаи. Ниже показано, что простая классическая теория излучения позволяет описать основные особенности электромагнитных процессов, таких как испускание фотонов с учетом нелинейных эффектов, эффект отдачи вследствие излучения фотонов, а также эффект влияния спина на излучение. Этот подход естественным образом может быть обобщен с учетом квантовых эффектов в излучении.

Теоретически процесс генерации высших гармоник в результате взаимодействия интенсивных лазерных волн с релятивистскими электронами, основанный на классической электродинамике, был изучен в работе [5], где были получены аналитические формулы для случая циркулярно-поляризованного лазерного пучка. В данной работе представлен более общий подход, согласно которому лазерный пучок может не являться идеальной плоской волной, хотя количественные результаты получены для линейно поляризованной лазерной волны.

Классическая теория излучения

Для того чтобы получить правильное физическое представление без технических усложнений начнем с относительно простых классических формул. Спектрально-угловое распределение энергии, излучаемой заряженной частицей, движущейся (при движении) по траектории $\mathbf{r}(t)$ со скоростью $\boldsymbol{\beta}(t) = \mathbf{v}(t)/c$, можно представить в виде:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} |\mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \mathbf{j}_\omega]|^2, \quad (1)$$

$$\mathbf{j}_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\beta}(t) \exp(i\omega t - i\mathbf{r}\mathbf{k}) dt, \quad (2)$$

где ω и $\mathbf{k} = \omega\mathbf{n}/c$ – частота и волновой вектор (излучения) соответственно, $d\Omega$ – элемент телесного угла, c – скорость света.

Пусть релятивистский электрон движется во внешнем силовом поле с потенциалом $|U| = E$, где $E = m_0 c^2 \gamma$ – энергия электрона, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ – лоренц-фактор. Если угол отклонения электрона под действием внешнего поля θ_e достаточно мал, то компонента скорости электрона, поперечная к начальной скорости в лабораторной системе отсчета, является нерелятивистской $v_\perp = v\theta_e \ll c$. В этом случае траектория электрона может быть представлена как сумма поперечной $\mathbf{r}_\perp(t)$ и продольной $z(t)$ составляющих [6] (ось z направлена примерно вдоль начальной скорости электрона):

$$\mathbf{r}(t) = \left[\mathbf{r}_\perp(t), z(t) = ct \left(1 - \frac{1}{2\gamma^2} \right) - \frac{c}{2} \int_0^t \beta_\perp^2(\tau) d\tau \right], \quad (3)$$

где $c\boldsymbol{\beta}_\perp(t) = d\mathbf{r}_\perp(t)/dt$ – поперечная скорость. В уравнении (3) были опущены слагаемые порядка β_\perp^4 .

Фурье-компоненты тока \mathbf{j}_ω в уравнении (2) могут быть представлены в виде суммы продольной j_z и поперечной \mathbf{j}_\perp составляющих:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} \left[|\mathbf{j}_\perp|^2 + \theta^2 |j_z|^2 - 2\theta \operatorname{Re}(j_z^* \mathbf{n}_\perp \mathbf{j}_\perp) \right], \quad (4)$$

где

$$\mathbf{j}_\perp = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\beta}_\perp(t) \exp[i\Delta(t)] dt, \quad (5)$$

$$j_z = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i\Delta(t)] dt, \quad (6)$$

$\mathbf{n}_\perp = (\cos\varphi, \sin\varphi)$ – составляющая вектора \mathbf{n} вдоль поперечной плоскости, θ и φ – полярный и азимутальный углы излучения. Показатель экспоненты в уравнениях (5), (6) может быть представлен в виде

$$\Delta(t) = \frac{\omega t}{2} (\theta^2 + \gamma^{-2}) - \frac{\omega\theta}{c} \mathbf{n}_\perp \mathbf{r}_\perp + \frac{\omega}{c} \int_0^t \beta_\perp^2(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Уравнения движения в форме (7) хорошо известны в теории ондуляторного излучения и излучения при каналировании. Классические радиационные формулы (1)–(7) справедливы, если энергии испущенных фотонов во много раз меньше энергии электронов $\hbar\omega \ll E$.

Как хорошо известно, особенности спектров излучения релятивистских электронов, движущихся во внешнем поле, определяются так называемым «параметром недипольности» $\theta_e \gamma$, где θ_e – угол отклонения электрона внешним полем. Если угол отклонения больше, чем характерный угол излучения $1/\gamma$, то выполняется условие $\theta_e \gamma \gg 1$. В этом случае излучение происходит только с небольшого участка траектории электрона, и при описании спектра излучения справедливыми оказываются простые синхротронные формулы.

Пусть $\overline{\beta_\perp^2}$ – среднее по периоду поперечного движения значение квадрата поперечной скорости электрона, движущегося в поле плоской волны, тогда $(\overline{\beta_\perp^2})^{1/2} \approx \theta_e$. В дальнейшем важным фактом является то, что параметр недипольности оказывается взаимосвязан с инвариантным параметром поля лазера V_0 соотношением $\overline{\beta_\perp^2} \gamma^2 = V_0^2$ [7], где

$$V_0^2 = \frac{e^2 E_0^2}{2m^2 \omega_0^2 c^2}, \quad (8)$$

здесь E_0 – амплитуда напряженности электрического поля лазерной волны, частота которой ω_0 . Поэтому случай относительно слабого поля лазера, когда $V_0 \ll 1$, соответствует дипольному приближению, тогда как противоположное условие для сильного поля $V_0 > 1$ приводит к синхротронному приближению. Заметим, что в противополож-

ность случаю излучения релятивистскими электронами, движущимися в постоянном внешнем поле (например, в ориентированных кристаллах), применимость дипольного приближения для электронов, взаимодействующих с плоскими волнами, не зависит от энергии электрона и полностью определяется характеристиками поля лазера (т.е. параметром ν_0). В первом случае дипольное приближение с неизбежностью становится неприменимым при высоких энергиях электронов, поскольку параметр недипольности растет с ростом энергии электронов как $\theta_e \gamma \sim \gamma^{1/2}$.

Излучение при квазипериодическом движении

Пусть существует система отсчета, в которой электрон в среднем покоится – система центра инерции (СЦИ). Предположим, что СЦИ движется вдоль оси z с постоянной скоростью $\overline{\beta}_z$ в лабораторной системе. Черта сверху означает усреднение по периоду поперечного движения. Пусть поперечная компонента траектории является периодической функцией времени $\mathbf{r}_\perp(t) = \mathbf{r}_\perp(t+T)$, где $T = 2\pi/\Omega_0$, Ω_0 – частота поперечного движения. Такая ситуация имеет место при каналировании в ориентированных кристаллах, в ондуляторах, а так же и в рассматриваемом здесь случае взаимодействия релятивистского электрона с плоской волной. Уравнения движения (3) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \left[\mathbf{r}_\perp(t), z(t) = c\overline{\beta}_z t + \delta z(t) \right], \\ \delta z(t) &= \frac{c}{2} \int_0^t \left[\overline{\beta}_\perp^2 - \beta_\perp^2(\tau) \right] d\tau, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\delta z(t)$ определяет продольные осцилляции, $\overline{\beta}_z = 1 - \gamma^{-2}/2 - \overline{\beta}_\perp^2/2$.

Подставляя выражения (9) в уравнения (4)–(7) и учитывая периодичность поперечного движения, получим выражения для спектрально-углового распределения мощности излучения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 P}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2 \omega^2}{2\pi c} \sum_{k=1}^{\infty} \left[|\mathbf{j}_{\perp k}|^2 + \theta^2 |j_{zk}|^2 - \right. \\ &\left. - 2\theta \operatorname{Re}(j_{zk}^* \mathbf{n}_\perp \mathbf{j}_{\perp k}) \right] \delta \left[\frac{\omega}{2} (\theta^2 + \gamma^{-2} + \overline{\beta}_\perp^2) - k\Omega_0 \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\perp k} &= \int_0^T \boldsymbol{\beta}_\perp(t) \exp[i\Delta_k(t)] \frac{dt}{T}, \\ j_{zk} &= \int_0^T \exp[i\Delta_k(t)] \frac{dt}{T}. \end{aligned} \quad (11)$$

Фаза Δ_k определяется только поперечными составляющими траектории

$$\Delta_k(t) = \Omega_0 k t - \frac{\omega \theta}{c} \mathbf{n}_\perp \mathbf{r}_\perp(t) + \frac{\omega}{c} \delta z(t). \quad (12)$$

Каждая k -я гармоника в выражении (10) соответствует процессу поглощения

k фотонов лазерного излучения с последующим испусканием одиночного фотона с энергией $\hbar\omega$.

Количество испускаемых фотонов в единицу времени может быть рассчитано квазиклассически

$$\frac{d^3N}{d(\hbar\omega)d\Omega dt} = \frac{d^2P}{\hbar\omega d(\hbar\omega)d\Omega}. \quad (13)$$

Основная квантовая модификация спектра состоит в учете эффекта отдачи с помощью замены $\omega \rightarrow \omega E / (E - \hbar\omega)$ в классическом выражении (13) (но не в (1) или (10)) [8]. Вклад спина в спектр излучения не может быть рассчитан простым способом. Соответствующие формулы приводятся, например, в [9]. В ультрарелятивистском пределе развитый в данной работе подход приводит точно к таким же результатам, как и в [10], но соответствующие формулы имеют более простой вид без потери точности. Кроме того, данная задача требует, в отличие от [10], строго различать случаи движения электрона бесконечно долго находившегося в поле лазерной волны от случая, когда электрон имел до взаимодействия с полем некоторую кинетическую энергию, такую, что соответствующий лоренц-фактор связан с «продольным» лоренц-фактором соотношением $\gamma = \gamma_z \sqrt{1 + \nu_0^2}$, где $\gamma_z = (1 - \bar{\beta}_z^2)^{-1/2}$.

Уравнения движения

Предположим, что система отсчета, в которой электрон в среднем покоится, движется вдоль оси z с постоянной скоростью β_0 . Вектор напряженности электрического поля лазерной волны $\mathbf{E} = -E_0 \cos \delta$ направлен параллельно оси x . Предполагается, что электрон движется вдоль оси z навстречу лазерной волне, т.е. $\delta = \omega_0(t + z/c)$. Тогда уравнения движения электрона в лабораторной системе координат имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= c\mathcal{J} \mathfrak{K}(\Omega_0 \gamma_0)^{-1} \sin \delta, \\ z &= \beta_0 ct - c\mathcal{J} \mathfrak{K}^2(8\Omega_0 \gamma_0^2)^{-1} \sin 2\delta, \\ t &= \Omega_0^{-1} \delta + \mathcal{J} \mathfrak{K}^2(8\Omega_0)^{-1} (1 - \beta_0) \sin 2\delta, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$ – «продольный» лоренц-фактор, $\Omega_0 = \omega_0(1 + \beta_0) \approx 2\omega_0$ – частота поперечных колебаний, $\mathcal{J} \mathfrak{K}^2 = 2\nu_0^2 / (1 + \nu_0^2)$. Уравнения движения (14) получены с помощью преобразований Лоренца хорошо известных уравнений движения системы отсчета, в которой электрон в среднем покоится (СЦИ) (см. [11], §48). В соответствии с (14) имеет место точное равенство $\bar{\beta}_\perp^2 \gamma^2 = \nu_0^2$, где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ – «полный» лоренц-фактор, связанный с «продольным» лоренц-фактором соотношением $\gamma = \gamma_0 \sqrt{1 + \nu_0^2}$. Заметим, что скорость β_0 в точности совпадает с величиной $\bar{\beta}_z$ в (9).

Можно сделать замену аргумента синуса в (14) на $\delta \approx \Omega_0 t$ и $2\delta \approx 2\Omega_0 t$, если выполняется следующее условие

$$(1 + \overline{\beta}_z)^{-1} \gamma_0^{-2} \nu_0^2 = 1. \quad (15)$$

При $\gamma_0 = 1$ условие (15) всегда справедливо. В случае нерелятивистского электрона, движущегося в сильном поле (при $\nu_0 \geq 1$), в аргументе синуса в (14) должны быть учтены дополнительные слагаемые, связанные с осцилляциями.

Предельные случаи

Основные приближения строятся для двух предельных случаев: $\nu_0 = 1$ – дипольное приближение, и $\nu_0 > 1$ – синхротронное приближение. В первом случае форма радиационного спектра определяется только инвариантным параметром $a = 2\hbar\Omega_0\gamma^2 / E$, зависящим от энергии электрона:

$$N_0^{-1} \frac{d^2 N}{dudz} = \frac{3}{2a} \left(1 - 2\frac{u}{a} + 2\frac{u^2}{a^2} \right), \quad (16)$$

где $0 < u < a$, $u = \hbar\omega / E$ – энергия испущенного фотона в единицах начальной энергии электрона E (u – безразмерная величина). Это есть предел слабого поля лазера. Квантовая модификация выражения (16) заключается в замене $u \rightarrow u' \equiv u / (1 - u)$ при $0 < u < 1$. Кроме того, в уравнении (16) в скобках должен быть учтен спиновый вклад, равный $uu' / 2$ [9].

Величина N_0 в уравнении (16) равна

$$N_0 = \frac{2}{3c} \alpha \nu_0^2 \Omega_0, \quad (17)$$

где $\alpha = 1/137$. Величина N_0 в (17) есть полное число излученных в единицу времени фотонов в пределе слабого поля (т.е. при $\nu_0 = 1$).

В противоположном случае сильного поля лазера ($\nu_0 > 1$) спектр оказывается спектром хорошо известного синхротронного типа ([11], §74):

$$N_0^{-1} \frac{d^2 N^{(syn)}}{dudz} = \frac{\sqrt{3}}{\pi a \nu_0^2} \int_{\xi}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta, \quad (18)$$

где $\xi = 2u / (3\chi)$. Мы ввели здесь инвариантный параметр χ , равный $\chi = E / E_c$, где $E_c = (m_0 c^2)^2 / (\hbar c \gamma)$. В нашем случае он может быть выражен через инварианты a и ν_0 : $\chi = \alpha \nu_0 \sin \alpha_0 / \sqrt{2}$, где α_0 – фаза, определяющая точку излучения.

Численные расчеты

На рисунках 1 и 2 представлены результаты расчетов спектров излучения электронов с энергией 1 ГэВ, проведенные по формулам (10)–(14). Спектры даны в единицах N_0 (17), т.е. показана величина интенсивности $I = u N_0^{-1} d^2 N / dudz$ как функции энергии фотона u .

Рисунок 1 соответствует чисто классическому случаю для $a = 0,02$ и $\hbar\omega_0 = 1,24$ эВ. Сплошные линии соответствуют точному расчету по формулам (10)–(14).

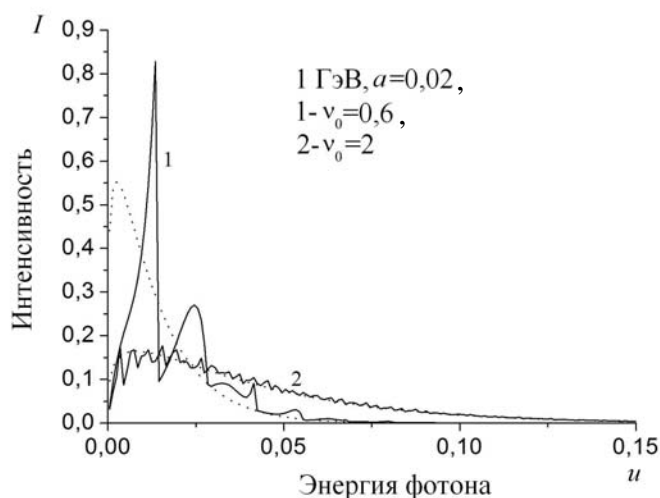


Рис. 1. Спектры излучения электронов с энергией 1 ГэВ.

Пунктирные кривые соответствуют синхротронному приближению (18)

Из рисунка 1 следует, что при энергиях 1 ГэВ простая синхротронная формула может быть использована при $\nu_0 > 1$.

На рисунке 2 представлен спектр излучения электронов с энергией 1 ГэВ при больших значениях ν_0 , соответствующих петаваттным лазерам.

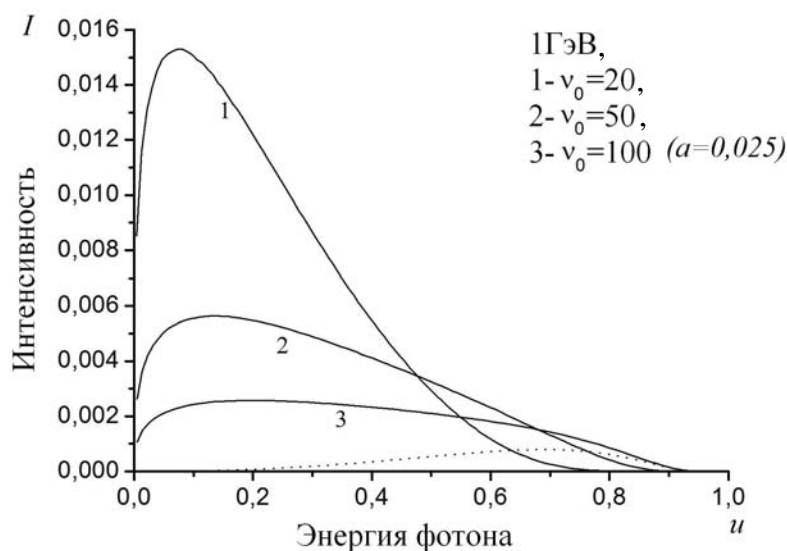


Рис. 2. Квантовый синхротронный спектр излучения электронов с энергией 1 ГэВ.

Пунктирная кривая показывает вклад спина в излучение при $\nu_0 = 100$

Кривая 3 соответствует ситуации, обсуждаемой в работе [4] ($a = 0,025$). Спектр приближается к области энергий $\hbar\omega \ll E$ (т.е. $u \ll 1$) уже для электронов с энергией

1 ГэВ. Спектры на рисунке 2 рассчитывались по квантовым синхротронным формулам [10], причем при $\nu_0 = 100$ вклад спина доминирует для жестких фотонов с $u > 0,7$. Согласно приведенным расчетам количество испущенных фотонов составляет примерно 10–20 в течение одного периода колебаний поля в лазерном луче.

Заметим, что в случае каналирования спектр излучения распространился бы до энергий фотонов $u \ll 1$ только при энергиях электронов в сотни ГэВ, когда значение параметра поля $\chi \ll 1$.

Выводы

Электромагнитные явления, сопровождающие прохождение ультррелятивистских электронов через интенсивные лазерные поля, могут быть количественно описаны в рамках классической теории излучения. Квантовые модификации спектра могут быть представлены в относительно простом виде. Петаваттные лазеры позволяют наблюдать квантовые эффекты в излучении уже при энергиях электронов в несколько ГэВ, что невозможно в ориентированных кристаллах. Такая ситуация, в свою очередь, приводит к необычайно высокой степени кратности излучения в поле лазерной волны, так как кратность излучения при относительно низких энергиях (порядка нескольких ГэВ) довольно велика и достигает значений до 10–20 фотонов на одном лазерном периоде.

Примечания:

1. Observation of Nonlinear Effects in Compton Scattering / C. Bula, K.T. McDonald, E.J. Prebys [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 3116.
2. Ultra-high intensity - 300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate / V. Yanovsky [et al.] // Opt. Express 2008. Vol. 16. P. 2109.
3. Bell A.R., Kirk J.G. Prolific pair production with high-power lasers // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 200403.
4. Di Piazza A., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H. Quantum radiation reaction effects in multiphoton Compton scattering // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 105. No. 22. P. 220403.
5. Salamin Y.I., Faisal F.H.M. Harmonic generation by superintense light scattering from relativistic electrons // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 54. P. 4383.
6. Жеваго Н.К., Хоконов М.Х. Влияние прецессии поперечных траекторий аксиально-канализованных электронов на спектр излучения // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 56-73.
7. Khokonov M.Kh., Carrigan R.A. The relationship of channeling radiation to Thomson scattering and relative efficiency of X-ray production by intense electron // Nucl. Inst. and Meth. B. 1998. Vol. 145. P. 133.

References:

1. Observation of Nonlinear Effects in Compton Scattering / C. Bula, K.T. McDonald, E.J. Prebys [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 3116.
2. Ultra-high intensity - 300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate / V. Yanovsky [et al.] // Opt. Express 2008. Vol. 16. P. 2109.
3. Bell A.R. and Kirk J.G. Prolific pair production with high-power lasers // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 200403.
4. Di Piazza A., Hatsagortsyan K.Z. and Keitel C.H. Quantum radiation reaction effects in multiphoton Compton scattering // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 105. No. 22. P. 220403.
5. Salamin Y.I., Faisal F.H.M. Harmonic generation by superintense light scattering from relativistic electrons // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 54. P. 4383.
6. Zhevago N.K., Khokonov M.Kh. The influence of precession of diametrical trajectories of axially channeled electrons on radiation spectrum // ZHETF. 1984. Vol. 87. P. 56-73.
7. Khokonov M.Kh., Carrigan R.A. The relationship of channeling radiation to Thomson scattering and relative efficiency of X-ray production by intense electron // Nucl. Inst. and Meth. B. 1998. Vol. 145. P. 133.

-
8. Байер В.Н., Катков В.М. Квазиклассическая теория тормозного излучения релятивистскими частицами // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. С. 1542-1554.
9. Khokonov M.Kh., Bekulova I.Z., Keshev R.M. Radiation Spectrum of Relativistic Electrons in the High Intensity Limit of the External Laser Field // Physics of Extreme States of Matter – 2009 / ed. by V.E. Fortov [et al]. Chernogolovka: IPCP RAS, 2009. P. 25.
10. Ритус В.И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // Труды ФИАН. 1979. Т. 111. С. 5-151.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Т. 2. М., 1973.
8. Bayer V.N., Katkov V.M. The quasi-classical theory of slowing-down radiation by the relativistic particles // ZHETF. 1968. Vol. 55. P. 1542-1554.
9. Khokonov M.Kh., Bekulova I.Z., Keshev R.M. Radiation Spectrum of Relativistic Electrons in the High Intensity Limit of the External Laser Field // Physics of Extreme States of Matter – 2009 / ed. by V.E. Fortov [et al]. Chernogolovka: IPCP RAS, 2009. P. 25.
10. Ritus V.I. The quantum effects of interaction of elementary particles with an intensive electromagnetic field // The works of FIAN. 1979. Vol. 111. P. 5-151.
11. Landau L.D., Lifshits E.M. The course of theoretical physics. Vol. 2. M., 1973.