УДК 519.7
ББК 22.183.4
А 50

Алиев М.В.
Кандидат физико-математических наук, доцент, зав. кафедрой прикладной математики и информационных технологий факультета математики и компьютерных наук Адыгейского государственного университета, тел. (8772) 59-39-04, e-mail: alievmarat@mail.ru

Панеш А.Х.
Кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий факультета математики и компьютерных наук Адыгейского государственного университета, тел. (8772) 59-39-04

Каспарьян М.С.
Студент 5 курса факультета математики и компьютерных наук Адыгейского государственного университета, тел. 89604787363

Выделение контуров на малоконтрастных и размытых изображениях с помощью фрактальной фильтрации

(Рецензирована)

Аннотация

В статье описан способ быстрого вычисления фрактальной размерности (размерность Минковского). Предложен алгоритм выделения контура на малоконтрастных и размытых изображениях с помощью фрактальной фильтрации.

Ключевые слова: *фрактальная фильтрация, распознавание образов.*

Aliev M.V.
Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Information Technology, Faculty of Mathematics and Computer Science, Adyghe State University, ph. (8772) 59-39-04, e-mail: alievmarat@mail.ru

Panesh A.Kh.
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technology, Faculty of Mathematics and Computer Science, Adyghe State University, ph. (8772) 59-39-04

Kasparyan M.S.
Fifth-year student of Faculty of Mathematics and Computer Science, Adyghe State University, ph. 89604787363

Identification of contours on low contrasting and blurred images using fractal filtration

Abstract

This paper describes a method for fast evaluation of the fractal dimension (the dimension of Minkowski). Algorithm is proposed for the identification of contours on low contrasting and blurred images using fractal filtration.

Key words: *a fractal filtration, image recognition.*

1. Фракталы и фрактальная размерность

Выделение контура объекта на изображении является одной из актуальных задач в цифровой обработке сигнала [1-4]. Существуют различные подходы для решения данной задачи, но ни один из них не дает стабильного результата на малоконтрастных и размытых изображениях. В своих работах Потапов А.А. [1] предложил интерпретировать такие объекты, как фрактальные.

Определение 1 [2]**.** Фрактал – сложная геометрическая фигура, обладающая свойством само подобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.

В более широком смысле под фракталами понимают множество точек в евклидовом пространстве, имеющее дробную метрическую размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа), либо метрическую размерность, строго большую топологической.

Рассмотрим компактное множество $A \subset R^n$. Покроем A объединением n-мерных шаров и просуммируем их объем (см. рис. 1).

Пусть $N(\varepsilon)$ – минимальное количество шаров радиуса ε, необходимое для покрытия множества A.

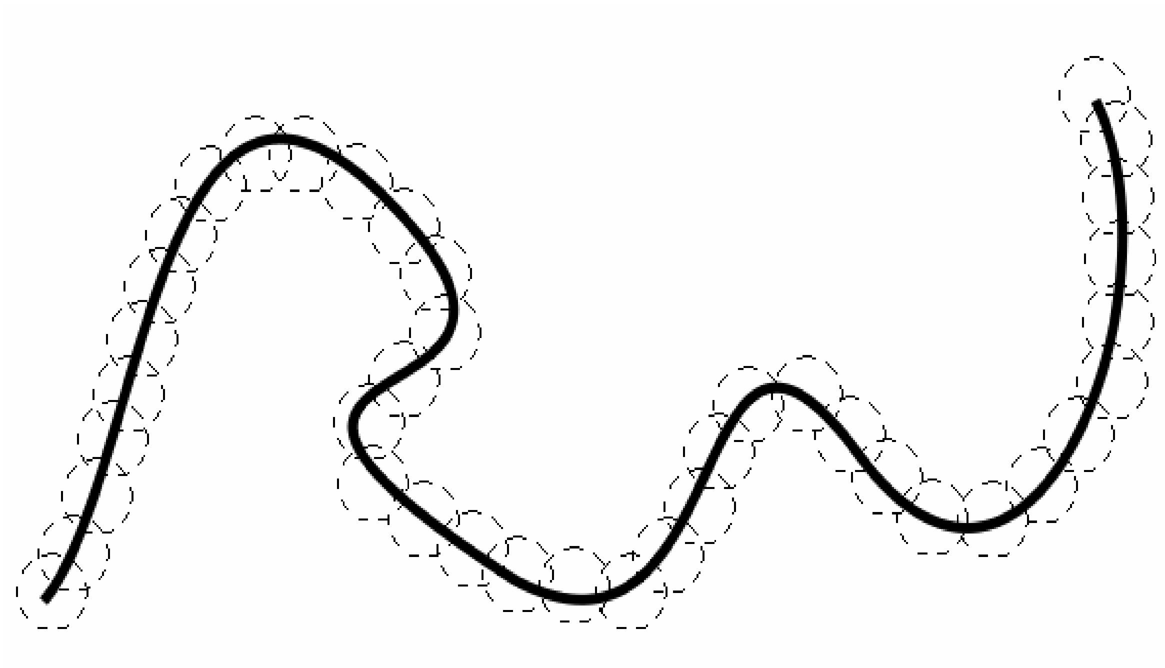


Рис. 1. Покрытие множества A объединением шаров

Для подсчета размерности будем использовать размерность Минковского [2, 5, 6] в силу простоты вычислений.

Определение 2 [2]**.** Размерность Минковского или грубая (дробная) размерность ограниченного множества в метрическом пространстве равна

$$\dim_M(A) = d = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon}. \qquad (1)$$

Если предел не существует, то можно рассматривать верхний или нижний предел и говорить соответственно о верхней и нижней размерности Минковского.

Для итеративного подсчета удобней использовать не формулу 1, а следующее соотношение:

$$\log N(\varepsilon) = \log c - d\log\varepsilon, \qquad (2)$$

где c – константа. Заметим, что $\log N(\varepsilon)$ линейно зависит от $\log\varepsilon$, поэтому для определения c и d необходимо оценить $N(\varepsilon)$ для нескольких значений ε.

Не нарушая общности, заменим n-мерные шары n-мерными кубами со стороной ε, так куб более естественен при обработке изображений.

2. Алгоритм вычисления фрактальной размерности и его оптимизация

Под изображением будем понимать дискретную функцию $f(x,y)$, заданную на матрице размером $n\times m$ [3], то есть

$$f(x,y)=\begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0,m-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1,m-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(n-1,0) & f(n-1,1) & \cdots & f(n-1,m-1) \end{bmatrix}.$$

Тогда определение размерности Минковского состоит в следующем. Разобьем область, содержащую A, на квадратные клетки нескольких размеров. Затем посчитаем количество клеток, необходимых для покрытия в каждом случае, и подставим в соотношение (2).

Рассмотрим монохромное изображение, тогда если точка изображения принадлежит фракталу A, то $f(x,y)=1$, в противном случае $f(x,y)=0$. Таким образом, у нас имеется изображение фрактала, размерность которого необходимо найти. Следующий алгоритм вычисляет размерность фрактала.

Алгоритм 1 [2]. **Размерность Минковского**

Вход:

f – бинарная квадратная матрица фрактала,

n, m – размер f, b – количество квадратов.

Выход:

d – оценка размерности Минковского.

Инициализация:

$L_{\max} = \lfloor p/10 \rfloor$ – максимальный размер клетки.

Шаги:

for $L=1$ to $L_{\max}$

$N(L)=0$

$B=\lfloor p/L \rfloor$

    for $i=1$ to B

        for $j=1$ to B

$$cnt = \sum_{k=(i-1)L+1}^{iL} \left(\sum_{l=(j-1)L+1}^{jL} f(k,l) \right)$$ – число точек в клетке

if $cnt > 0$, $N(L) = N(L) + 1$, end if

end for

end for

end for

for $L = 1$ to $L_{\max}$

$\xi_L = \log L$

$\eta_L = \log N(L)$

end for

Воспользуемся методом наименьших квадратов для построение прямой по точкам (ξ_L, η_L), при этом d (искомая размерность) – модуль углового коэффициента данной прямой.

Сложность данного алгоритма при $n=m$ равна $O(n^4)$. Ее можно улучшить до $O(n^3)$ следующим образом.

Рассмотрим сумму

$$cnt = \sum_{k=(i-1)L+1}^{iL} \left(\sum_{l=(j-1)L+1}^{jL} f(k,l) \right),$$

пусть

$$dp(x,y) = \sum_{i=0}^{x} \sum_{j=0}^{y} f(x,y),$$

выразим рекурсивно:

$$dp(x,y) = dp(x-1,y) + dp(x,y-1) - dp(x-1,y-1) + f(x,y).$$

Таким образом, для подсчета количества пикселей в прямоугольнике (рис. 2) получаем следующую формулу:

$$cnt = dp(x_2, y_2) - dp(x_1 - 1, y_2) - dp(x_2, y_1 - 1) + dp(x_1 - 1, y_1 - 1). \quad (3)$$

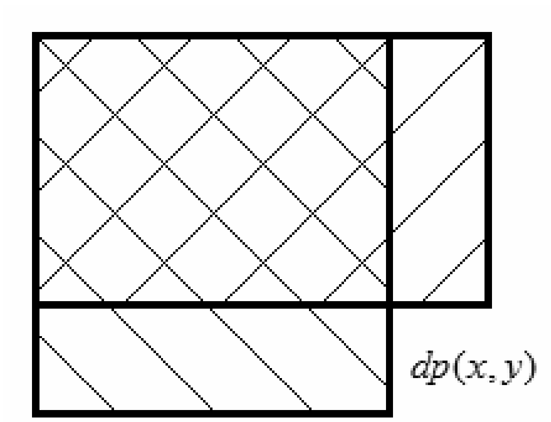


Рис. 2. Массив dp

Если изображение не является монохромным, а функция $f(x, y)$ принимает значения на интервале $[0, 255]$, то в алгоритме 1 необходимо рассматривать не клетки, а кубы. Соотношение (2) остается прежним, а вот формула (3) обобщается на трехмерный случай.

3. Выделение контура изображения

Чтобы выделить контур на изображении построим фрактальные характеристик, определив размерности прямоугольных окон изображения $f(x, y)$.

Алгоритм 2. Подсчет фрактальных размерностей

Вход:
f – изображение,
n, m – размеры, f
k – размер сканирующего окна.
Выход:
D – поле фрактальных размерностей.
Шаги:
for $i = 0$ to $n - k - 1$
   for $j = 0$ to $m - k - 1$
      $D[i, j] = fract(i, j, i + k, j + k)$
   end for
end for
При этом функция $fract$ реализует улучшенный алгоритм 1.

Чтобы оптимизировать подсчет размерностей и не производить повторных вычислений при вызове $fract$, можно посчитать площади всех треугольников для первой итерации и сохранить их в памяти. Для второй итерации понадобиться чуть больше вычислений, так как пиксели объединяются в четверки, но таких объединений несколько, а именно четыре (рис. 3). Затем можно воспользоваться оптимизацией подсчета и считать площадь по формуле аналогичной (3).

Алгоритм 3. Выделение контура

Вход:
f – изображение
n, m – размеры f
Выход:
F – изображение, которое содержит контур
Шаги:
$D = Dfract(f)$ находим поле фрактальных размерностей по алгоритму 2
$F = outline(D)$ выделение контура стандартным методом

Данный алгоритм выделяет объекты на малоконтрастных и размытых изображениях. Стандартные алгоритмы [9] не способны выделить объекты на таких изображениях.

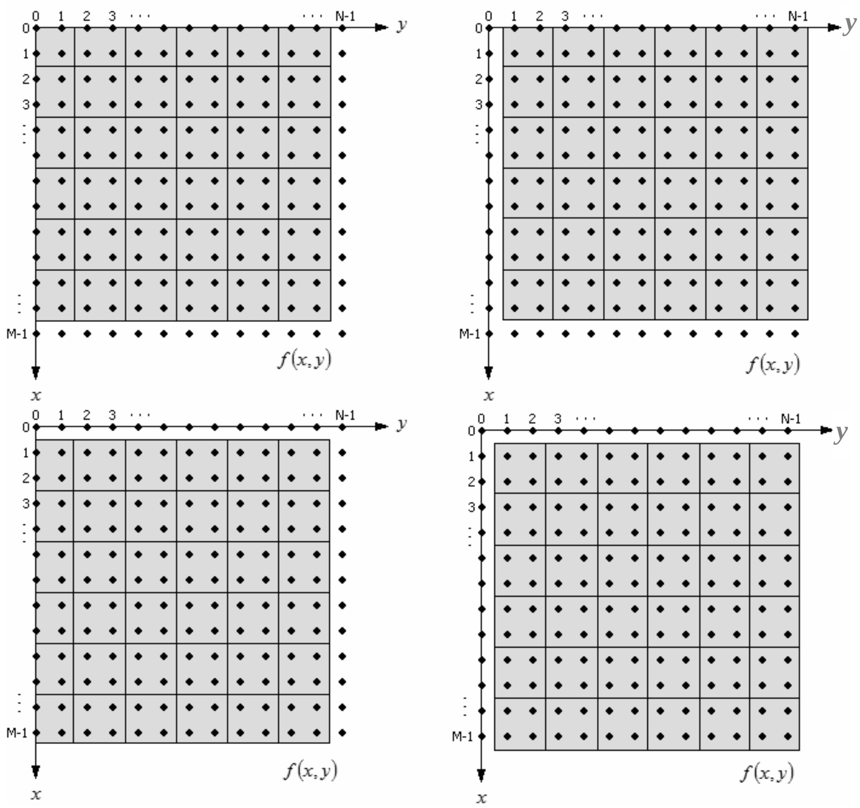
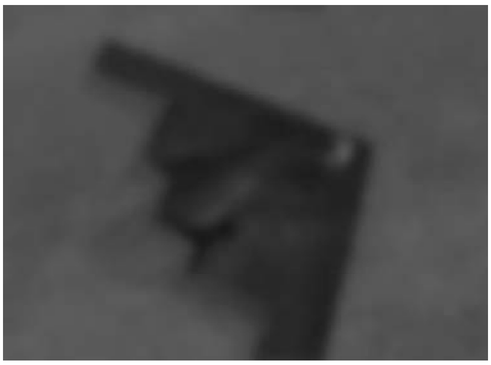
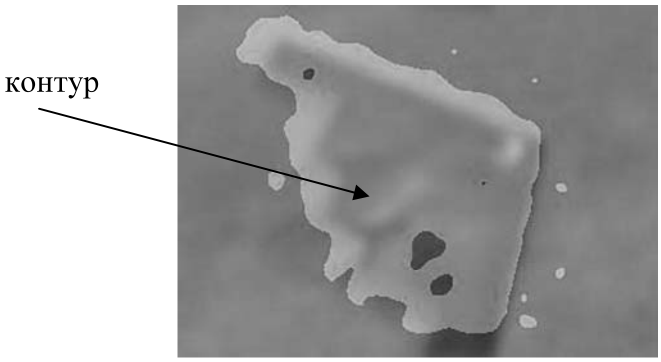


Рис. 3. Варианты объединения пикселей

На основе алгоритма 3 был разработан программный продукт (на языке Java [7, 8]), результат работы которого проиллюстрирован на рисунке 4.



а



б

Рис. 4. Выделение контуров с помощью фрактальных линий
(а – исходное изображение, б – изображение, полученное с помощью алгоритма 3)

Заключение

В работе предложен алгоритм выделение контуров на малоконтрастных и размытых изображениях на основе фрактальной фильтрации. А также метод более быстрого подсчета размерности Минковского по сравнению с алгоритмом, предложенным в работе [2].

По результатам исследований было установлено, что фрактальные методы более наглядно выделяют контуры, чем, например, оператор Собеля и другие стандартные алгоритмы. Это дает больше возможностей для дальнейшего анализа изображения.

Примечания:

1. Новейшие методы обработки изображений / под ред. А.А. Потапова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
2. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. 2-е доп. изд. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2006.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М: Техносфера, 2005.
4. Резников А.В. Распознавание предфрактальных графов с затравкой, удовлетворяющей условию Оре. Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. «Естественно-математические и технические науки». 2010. Вып. 2. С. 37-42. URL: http://vestnik.adygnet.ru
5. Кудрявцев Л.В. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
6. Анисимов Б.В. Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
7. Хорстман К., Корнелл Г. Java 2. Библиотека профессионала. Т. 1. Основы. 8-е изд. М.: И.Д. Вильямс, 2009.
8. Ноутон П., Шилдт Г. Java 2: пер. с англ. СПб.: БХВ-Петербург, 2007.
9. Введение в контурный анализ: приложения изображений и сигналов / Я.А. Фурман [и др.]. // М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 529 с.

References:

1. The newest methods of image processing / ed. by A.A. Potapov. M.: FIZMATLIT, 2008.
2. Kronover R. Fractals and chaos in dynamic systems. 2 enlarged edition. M.: TECHNOSPHERE, 2006.
3. Gonsales R., Woods R. Digital image processing. M.: Technosphere, 2005.
4. Reznikov A.V. Recognition of prefractal graps generated by seeding agents, satisfying tre Ore condition. Bulletin of the Adyghe State university. Series «Natural-mathematical and technical sciences». 2010. Iss. 2. P. 37-42. URL: http://vestnik.adygnet.ru
5. Kudryavtsev L.V. A short course of the mathematical analysis. M.: Nauka, 1989.
6. Anisimov B.V. Image recognition and digital image processing. M.: Vysshaya shkola, 1983.
7. Horstman K., Kornell G. Java 2. The library of a professional. Vol. 1. Bases. 8 ed. M.: I.D. Williams, 2009.
8. Nowton P., Shildt G. Java 2: transl. from English. SPb.: BKHV-Petersburg, 2007.
9. Introduction to the contour analysis: applications to image processing and signal / Ya.A. Furman [etc.] // M.: FIZMATLIT, 2003. 529 p.