УДК 537 ББК 22.33 М 91

Муратов Т.Т.

Соискатель кафедры методики преподавания физики Ташкентского государственного педагогического университета имени Низами, Ташкент, Узбекистан, e-mail: temur-muratov@yandex.ru

Формализм «магнетосечений» D⁻(A⁺)-центров при резонансном рассеянии носителей заряда в невырожденных полупроводниках (*Peuensupobana*)

Аннотация

Развит новый подход к изучению кинетических эффектов в ковалентных полупроводниках. На примере расчета кинетических коэффициентов при резонансном рассеянии демонстрируются некоторые особенности предлагаемого подхода. Изучается влияние предельно слабого магнитного поля на кинетические эффекты. В отличие от стандартного метода, учитывающего наличие H-поля в неравновесной функции распределения с последующим получением искомых формул для кинетических коэффициентов, в предлагаемом подходе наличие (влияние) слабого H-поля фиксируется в качестве локального «прироста» сечения конкретного рассеяния, в данном случае резонансного. Формальная замена $\overline{\sigma}_r(0) \rightarrow \overline{\sigma}_{\text{eff}}(H)$ позволяет сравнительно легко проанализировать влияние поля на кинетические эффекты. Показано, что при наличии H-поля электронная проводимость достигает максимума. В процессе расчета выявляется общность результатов при любом механизме рассеяния. Главное требование сводится к тому, чтобы низкотемпературная асимптотика $\langle I \rangle$ конкретного механизма рассеяния была постоянной.

Ключевые слова: кинетические коэффициенты, резонансное рассеяние, $D^{-}(A^{+})$ -центры, классические слабые и сильные магнитные поля, классическая область низких температур, магнетосечение.

Muratov T.T.

Applicant for Candidate's degree of Department of Physics Teaching Technique, Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Tashkent, Uzbekistan, e-mail: temur-muratov@yandex.ru

Formalism of «magnetic sections» of $D^{-}(A^{+})$ -centers at resonant dispersion of charge carriers in nondegenerate semiconductors

Abstract

The paper develops a new approach to studying the kinetic effects in covalent semiconductors. Using an example of calculation of kinetic coefficients at resonant dispersion, we demonstrate some features of the proposed approach. Influence of extremely weak magnetic field on kinetic effects is studied. Unlike the standard method considering existence of H-field in nonequilibrium distribution function with the subsequent obtaining required formulas for kinetic coefficients, in the proposed approach, existence (influence) of weak H-field is fixed as a local «gain» of specific dispersion section, the resonant in this case. Formal replacement $\overline{\sigma}_r(0) \rightarrow \overline{\sigma}_{\text{eff}}(H)$ allows us to analyze easily the influence of a field for kinetic effects. It is shown that in the presence of H-field electronic conductivity reaches a maximum. The calculation has revealed the community of results at any mechanism of dispersion. The main requirement is that the low-temperature asymptotics $\langle l \rangle$ of the specific mechanism of dispersion is a constant.

Keywords: kinetic coefficients, resonant dispersion, $D^{-}(A^{+})$ -centers, classical weak and strong magnetic fields, classical low temperature area, magnetic section.

Введение

Ситуация, когда дискретный уровень мелкой донорной (акцепторной) примеси локализован вблизи дна зоны проводимости (потолка валентной зоны), довольно часто встречается в полупроводниках. Если при этом кинетическая энергия свободного электрона (дырки) близка по величине к энергии такого уровня, то возникает резонансное рассеяние носителей заряда.

В полупроводниках примесный потенциал имеет сложную структуру, состоящую из дальнодействующей кулоновской $V_{coul}(\mathbf{r})$ и короткодействующей $V_0(\mathbf{r})$ частей. Короткодействующая часть потенциала обусловлена как разницей химической природы примесного атома и атома матрицы, так и самих атомов матрицы. Всегда один из атомов будет обладать большим сродством к электрону, вследствие чего электронная пара будет стянута в его сторону. При очень низких температурах $(1 \div 10)K$ примесь обычно находится в нейтральном состоянии, поэтому именно короткодействующая (полярная) часть потенциала ответственна за химические свойства примесей.

Следует отметить, однако, что помимо короткодействующей части $V_0(\mathbf{r})$, радиус действия которой порядка постоянной решетки, потенциал мелкого нейтрального донора характеризуется также второй, более плавной частью $V_1(\mathbf{r}) \sim \pm r^{-n}$ (n > 3) с глубиной порядка боровской энергии мелкого донора E_B и радиусом действия порядка боровского радиуса $r_B = \hbar / \sqrt{2 m^* E_B}$ $(m^* - эффективная масса носи$ $теля заряда). Именно <math>V_1(\mathbf{r})$ потенциал, природа которого обусловлена поляризационным взаимодействием между нейтральным донором и свободным электроном, приводит к образованию неглубокого уровня (так называемого $\mathbf{D}^-(\mathbf{A}^+)$ -центра), ответственного за резонансное рассеяние.

При низких температурах наличие $\mathbf{D}^{-}(\mathbf{A}^{+})$ -центра можно учесть формальным методом, основанным на приближении *s*-рассеяния [1] (это оправдано, т.к. длина электронной волны $\lambda \sim \hbar/\sqrt{m^{*}kT} \sim 10^{-6}$ см гораздо больше радиуса ($r_{0} \sim 10^{-8}$ см) $V_{1}(\mathbf{r})$ потенциала и условие преобладания *s*-волны $kr_{0} \ll 1$, хорошо соблюдается). В рамках такого подхода удается рассчитать все основные кинетические коэффициенты в ковалентных полупроводниках [2]. Однако в работе [2] расчеты проведены только для случая резонансного рассеяния, но в то же время электроны взаимодействуют и с акустическими фононами, причем почти упруго, вплоть до очень низких температур (T > 1K) (за исключением сверхчистых монокристаллов алмаза [3]) и поэтому в действительности необходимо рассматривать одновременно два механизма рассеяния. Учет рассеяния носителей на высоковозбужденных акустических фононах позволял бы корректно осуществлять формальные процедуры получения (в методическом отношении) зависимостей типа T^{-p} и анализировать влияние слабого магнитного поля (так и других факторов) на параметры резонансного рассеяния, что затруднительно провести на основе результатов работы [2].

В работе [4] показано насколько существенно могут отличаться при резонансном рассеянии число Лоренца L и фактор Холла γ_R в сильно вырожденных полупроводниках от универсальных постоянных $\pi^2/3$ и 1 соответственно. Соответствующие интегралы I_n вычислялись численно. В работе [5] в рамках двухзонной модели проведены расчеты концентрационных зависимостей кинетических коэффициентов для PbTe $\langle Na+Te \rangle$ в диапазоне $(100 \div 300) K$. Расчеты I_n с учетом межзонных переходов рассмотрены в работах [5-7]. В работе [6] для I_n получены явные аналитические формулы. Следует также отметить работу [8], где уточняется энергия примесных резонансных состояний с использованием скорректированного фактора Холла. В [9] отмечается положительная корреляция между переходом в сверхпроводящее состояние и резонансным рассеянием, причем природа положительной корреляции до сих пор невыяснена.

В предлагаемой работе в рамках простой модели изучается влияние резонансного

рассеяния на кинетические эффекты в предельно слабом магнитном поле, и выводятся соответствующие формулы для кинетических коэффициентов.

Для достижения этой цели с помощью вспомогательной процедуры выводятся формулы в первом приближении. На основе качественного анализа полученных формул вскрывается специфика резонансного рассеяния. Наличие поля учитывается во втором приближении посредством замены $\overline{\sigma}_r(0) \rightarrow \overline{\sigma}_{\text{eff}}(H)$ в исходных формулах первого приближения (посредством $\langle l \rangle \sim 1/\overline{\sigma}$).

1. Электропроводность и подвижность

При высоких температурах подвижность носителей заряда обусловлена взаимодействием электрона (дырки) проводимости с акустическими колебаниями решетки. Длину свободного пробега электрона в этом случае можно аппроксимировать формулой $l_L = A/(kT)$.

Здесь A = Wa – постоянная, определяемая тепловыми флуктуациями решетки, где W – энергия порядка атомной (или несколько больше), a – постоянная решетки $(l_L >> a)$. Следует отметить, что A от кинетической энергии E электрона не зависит. Полагая W = 5 эВ и $a = 3 \times 10^{-8}$ см, получим $A = 2,4 \cdot 10^{-19}$ эрг·см.

Длина свободного пробега, связанная с резонансным рассеянием, равна:

$$l_{\rm res}(E) = 1/(n_a \sigma_{\rm res}) = 4/(n_a \sigma_{\rm sin glet}) = 2m^*(E+\varepsilon)/(\pi \hbar^2 n_a) = (E+\varepsilon)/C,$$

где n_a – концентрация рассеивающих центров, ε – энергия св. $D^{-}(A^{+})$ -центра (резонансный уровень). Простые расчеты показывают, что величина ($E + \varepsilon$) – порядка мэВ [2]. Полагая, к примеру, $n_a = 2 \times 10^{15}$ см⁻³ ($C = 0.4 \times 10^{-11}$ эрг/см), находим, что l_{res} на два порядка превышает l_L уже при комнатных температурах (см. приложение 1).

Таким образом, есть основание полагать, что при низких температурах влияние резонансного рассеяния может стать более существенным, чем рассеяние на акустических фононах.

Предполагая независимость обоих механизмов рассеяния, имеем

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_L} + \frac{1}{l_{res}}, \quad l(x) = \frac{A}{kT} \cdot \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x}, \quad (1)$$

где $x = E/kT$, $\varepsilon_0 = \varepsilon/kT$ и $z = AC/(kT)^2 + \varepsilon/kT = AC/(kT)^2 + \varepsilon_0.$

Удельная электропроводность в случае, когда носители подчиняются классической статистике^{*} (невырожденный газ невзаимодействующих между собой электронов), равна:

$$\sigma = \frac{4ne^2}{3\sqrt{2\pi m^* kT}} \int_0^\infty l(x)e^{-x}x \, dx,$$
(2)

где *п* – концентрация носителей в зоне проводимости.

Взяв квадратуру с учетом (1), находим

$$\sigma = \frac{4ne^2}{3\sqrt{2\pi m^*}} \cdot \frac{A}{(kT)^{3/2}} \left\{ 1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z) \right\},$$
(3)

где $L(z) = 1 - z e^{z} [-\text{Ei}(-z)]$, a $\text{Ei}(-z) = -\int_{z}^{\infty} (e^{-t}/t) dt$.

^{*} Применимость классической статистики при преобладании s -приближения при низких температурах (T < 10K) оправдано тем, что тепловое размытие $D^{-}(A^{+})$ -центров примерно на порядок и два меньше среднего расстояния между уровнями мелкого донора.

Пользуясь разложением в ряд и асимптотическим выражением для Ei(-z), можно показать, что [10]:

$$L(z) \approx 1/z - 2/z^{2} + \dots \quad (z >> 1),$$
(4)

$$L(z) \approx 1 + z \ln z + \dots (z << 1).$$
 (5)

Для того чтобы исследовать поведение проводимости σ и подвижности $\mu_d = \sigma/en$ при различных температурах, необходимо, строго говоря, учесть зависимость числа нейтральных атомов примеси от температуры. Если быть последовательным, то при этом надо было бы учитывать рассеяние на N_1 ионах примеси. Однако в большинстве полупроводников (кроме, может быть, Ge [2]) энергия диссоциации доноров такова, что число ионов примеси при низких температурах столь мало, что они не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на длину свободного пробега носителей заряда, так что в актуальном диапазоне температур $(1 \div 10)K$ можно положить $n_a \approx n_0$ (n_0 – полная концентрация примесных центров).



Рис. 1. Температурная зависимость подвижности в темноте (кружочки) и при фотовозбуждении $D^{-}(A^{+})$ -центров (квадратики) [2]. Штрихами показана теоретическая зависимость (6) [12]. Горизонтальная линия соответствует модели Эргинсоя [13, 17] (крестики соответствуют глубоким центрам кислорода в GaAs). Максимум μ связан с наличием *H*-поля (точней для «медленных» и «быстрых» электронов $v_{T} \leq \overline{v}, v_{T} \geq \overline{v}$)

При $n_0=0$ (т.е. C=0) или высоких температурах $(200 \div 300)K$, из (3) и (5) получим обычный результат: $\mu_d \sim T^{-3/2}$ [11, с. 83]. При очень низких температурах (z >> 1), в пределах актуального интервала $(1 \div 10)K$, из (3) и (4) получим (доп. см. приложение 2):

$$\sigma \approx \frac{8 e^2 n \varepsilon \sqrt{m^*}}{3\sqrt{2}\pi^{3/2}\hbar^2 n_0 \sqrt{kT}} , \quad \mu_d \approx \frac{4e}{3\sqrt{2\pi m^*}} \cdot \frac{\varepsilon}{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{kT}} \approx \frac{8 e \varepsilon \sqrt{m^*}}{3\sqrt{2}\pi^{3/2}\hbar^2 n_0 \sqrt{kT}} \sim T^{-1/2}, \quad (6)$$

т.е. $\mu_d \sim 1/n_0$ и $\mu_d \sim \varepsilon \sqrt{m^*}$ [12].

Из рисунка 1 видно, что теоретическая кривая качественно верно передает ход экспериментальных точек в окрестности $(2 \div 10)K$. Относительно слабый спад подвижности указывает на наличие резонансного рассеяния.

Качественное соответствие с данными эксперимента позволяет рассматривать

 $D^{-}(A^{+})$ -центры как уровни, «контролирующие» подвижность носителей заряда. В этом смысле формулы (6) наиболее приспособлены к применению в случае полупроводников Si, Ge, $A^{III}B^{V}$ [2].

Заметим, что разложения (4) и (5) теоретически не затрагивают промежуточную область $(10 \div 200)K$, где рассеяние на заряженных (и других) центрах может быть существенным [13].

2. Теплопроводность и термо-э.д.с.

В соответствии с вышеизложенным мы приходим к выводу о том, что и процессы переноса тепла носителями также должны контролироваться центрами. Однако это предположение требует соответствующего математического обоснования.

Для расчета электронной теплопроводности воспользуемся известной формулой

$$\chi_{e} = \left(K_{1}K_{3} - K_{2}^{2}\right) / \left(K_{1}T\right), \tag{7}$$

где K_s – коэффициенты, которые в классическом пределе определяются через интеграл

$$K_{s} = \frac{4n}{3m^{*}\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\infty} \tau^{*}(E) E^{s-1} x^{3/2} e^{-x} dx.$$
(8)

Здесь $\tau^*(E)$ -эффективное время релаксации по импульсу, которое при квадратичном законе дисперсии ($v^2 = 2E/m^*$) определяется по формуле

$$\tau^{*}(E) = l(E)/\upsilon(E) = l(E)\sqrt{m^{*}/2E} .$$
(9)

Подставляя в (7) К с учетом формул (1) и (9), получим:

$$\chi_{e} = \frac{4m^{*}n}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{A}{T}\sqrt{kT} \frac{I_{1}I_{3} - I_{2}^{2}}{I_{1}}, \quad I_{n} = \int_{0}^{\infty} \frac{x + \varepsilon_{0}}{z + x} x^{n} e^{-x} dx.$$
(10)

Интегралы I_n выражаются через функцию L(z):

$$I_{1} = 1 - (z - \varepsilon_{0})L(z), \quad I_{2} = 2 - (z - \varepsilon_{0})[1 - zL(z)], \quad I_{3} = 6 - (z - \varepsilon_{0})\{2 - z[1 - zL(z)]\}.$$

Аккуратный расчет на основе разложения (4) приводит в этом случае к формуле

$$\chi_{e} \approx \frac{16 \, n \, \varepsilon \, k \, \sqrt{kT} \, \sqrt{m^{*}}}{3 \sqrt{2} \, \pi^{3/2} \, n_{0} \, \hbar^{2}} \sim T^{1/2} \,. \tag{11}$$

Видно, что электронная теплопроводность при наличии резонансного рассеяния, как и электропроводность, пропорциональна ε и $\sqrt{m^*}$, что вполне естественно в области примесной проводимости $L_0 = \chi_e / (\sigma T) = 2(k/e)^2$. В отличие от вырожденных носителей в данном случае число Лоренца L_0 не отклоняется сколько-либо заметно от универсальных постоянных. Это связано с тем, что резонансное рассеяние в вырожденных полупроводниках имеет ярко выраженный селективный характер: интенсивно рассеиваются только те носители (дырки), энергии которых лежат в пределах тонкого слоя kT. Это и проявляется на поведении L_0 в виде характерных максимумов [4]. Напротив, в невырожденных полупроводниках резонансное рассеяние изотропно: рассеиваются все носители с энергиями ~ kT^{**} . Сильное резонансное рассеяние носителей вблизи E_F

^{**} Во избежание недоразумений следует отметить, что и при более высоких температурах (T > 10K) возможно резонансное рассеяние, поскольку носители лишь в среднем имеют энергию kT. В соответствии с распределением Максвелла имеется некоторая часть медленных носителей, которые все же резонируют даже при $(10 \div 200)K$ и более высоких температурах.

– уровня Ферми в пределах слоя размытия и вследствие этого резкая зависимость $\tau^*(E)$ от энергии усложняет вычисление кинетических коэффициентов. Выбор параметров (M, Γ, μ^*), необходимых для расчета I_n , осуществляется только на основе текущих экспериментальных данных [8]. Привлекает получение аналитической формулы для I_n . Трудность получения аналитической формулы заключается в том, что функцию $\tau^*(E_F \pm kT)$ нельзя разлагать в ряд Тейлора в окрестности уровня Ферми. При невырожденных носителях подобное разложение было бы допустимо, и мы получили бы формулу (9) (так поступают, например, в теории колебаний, когда хотят получить формулу для периода малых колебаний механических систем, ограничиваясь квадратичным членом). Математическое требование сводится к тому, чтобы соблюдалась квадратичность спектра, тогда как формула Брейта-Вигнера для ширины примесной полосы не предполагает квадратичности. В некоторых случая все же удается получить аналитическую формулу (для электропроводности на основе уравнения электронейтральности) [14].

Таким образом, мы можем лишь констатировать, что резонансное рассеяние носителей в вырожденных полупроводниках имеет более специфичный и нетривиальный характер, нежели в невырожденных.

Отметим, что линейный закон возрастания электронной теплопроводности ($\chi_e \sim T$) [15, с. 331] в диапазоне (1÷10) K соответствует более быстрому росту (спаду) последней, чем это было бы при наличии резонансного рассеяния $\chi_e \sim \sqrt{T}$ (рис. 2).



Рис. 2. Температурные зависимости теплопроводности. Прямая линия соответствует модели Эргинсоя [17]. Параболический спад (рост) характерен при преобладании резонансного рассеяния (из-за задержки). Точки соответствуют опытным данным (Ge)

Этот факт легко понять, если воспользоваться аналогией с «квазистационарными» состояниями. При резонансном рассеянии электрон не просто «натыкается» на примесь или «задевает» ее, но задерживается около нее на некоторое время. Уменьшение средней длины свободного пробега $\overline{l}(\varepsilon,T)$ из-за задержки эквивалентно некоторому приросту примесного теплосопротивления (в расчете на единицу объема). При линейном законе спада мы имели бы соответственно более низкий прирост теплосопротивления.

Выведем формулу для $\overline{l}(\varepsilon,T)\Big|_{Z \gg 1}$, применяя стандартную методику усреднения по энергиям.

Как известно для тепловых электронов

$$\overline{l}(\varepsilon,T) = \langle l \rangle_{E} = \langle l \rangle_{E} = \frac{\int_{0}^{\infty} l(x) E e^{-E/kT} \sqrt{E} dE}{\int_{0}^{\infty} E e^{-E/kT} \sqrt{E} dE}$$
(12)

Подставляя сюда функцию l(x) из (1), получим

$$\langle l \rangle_{E} = \frac{4A}{3\sqrt{\pi} kT} \int_{0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{0} + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx.$$
 (13)

Интеграл в (13) выражается через интеграл ошибок:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{0} + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\pi} - \left(z - \varepsilon_{0}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left\{ 1 - 2z \left[1 - z \frac{\sqrt{\pi} e^{z}}{\sqrt{z}} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{z}\right) \right] \right] \right\}.$$
 (14)

Для z >> 1 имеет место асимптотическое разложение:

$$\frac{\sqrt{\pi} e^{z}}{\sqrt{z}} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{z}\right) \right] \approx \frac{1}{z} - \frac{1}{2z^{2}} + \frac{3}{4z^{3}} - \frac{15}{8z^{4}} + \cdots$$
(15)

Подставляя разложение (15) в (14), после соответствующих вычислений получим

$$\int_{0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{0} + x}{z + x} e^{-x} x^{3/2} dx \approx \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \cdot \frac{kT}{AC} \varepsilon.$$
(16)

Из (13) и (16) находим

$$\overline{l}(\varepsilon,T)\Big|_{Z>>1} = \langle l \rangle = \varepsilon/C \approx 2m^* \varepsilon/(\pi \hbar^2 n_0) \approx 4 \times 10^{-4} \text{ cm.}$$
(17)

Формула (17) позволяет оценить различные параметры: сечение рассеяния, среднее время релаксации (*квазизадержки*).

Отметим, что теоретическая формула (7) получается в результате совместного решения уравнений переноса энергии и заряда, так как в гамильтониане теории, как известно, отсутствует член, соответствующий теплопроводности.

Для оценки термо-э.д.с. при преобладании резонансного рассеяния носителей примем $E_c - E_F \approx \varepsilon$ и $\varepsilon/(2kT) \sim 1$ (что соответствует $T \sim 10 K$), используя асимптотику кинетических коэффициентов K_1 и K_2 при z >> 1 получим $|\alpha| \approx 3 \frac{k}{e}$, что в три раза меньше термо-э.д.с. при рассеянии на ионах примеси ($T \sim 30 K$). Как и следовало ожидать, термосопротивление при резонансном рассеянии оказалось больше, нежели при рассеянии на ионах примеси. Учитывая на самом деле достаточно сложный характер зависимости $\alpha(T)$ в более широком интервале температур можно заключить, что $\alpha(T)$ слабо меняется в диапазоне $T \sim (10 \div 30) K$. При температурах T > 30 K носители преимущественно рассеиваются на тепловых колебаниях решетки вплоть до комнатных

температур. Это оправдывает формулу (1), являющуюся центральной (в нашем случае) при вычислении кинетических коэффициентов.

Таким образом, формулы (6), (11) и (17) представляют первое приближение (так называемую $\{l(x), L(z)\}$ -аппроксимацию).

3. Эффект Холла и магнетосопротивление

Для определения холловской подвижности $\mu_{\rm H}$ на опыте обычно измеряют помимо удельной электропроводности σ постоянную Холла *R*. Если имеются носители заряда только одного знака, и они подчиняются классической статистике, то произведение $R\sigma$ (H \rightarrow 0) равно:

$$R\sigma = \frac{e}{m^*} \frac{\left\langle \left(\tau^*\right)^2 \right\rangle}{\left\langle \tau^* \right\rangle} = \frac{e}{\sqrt{2\,m^*\,k\,T}} \, \frac{\int\limits_{0}^{\infty} l^2(x)\,e^{-x}\sqrt{x}\,dx}{\int\limits_{0}^{\infty} l(x)\,e^{-x}x\,dx}.$$
(18)

Подставляя сюда l(x) из (1), получим

$$R\sigma = \frac{eA}{\sqrt{2m^*} (kT)^{3/2}} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{\varepsilon_0 + x}{z + x}\right)^2 e^{-x} \sqrt{x} \, dx}{\int_0^\infty \frac{\varepsilon_0 + x}{z + x} e^{-x} x \, dx}.$$
(19)

Интеграл знаменателя совпадает с интегралом в (2). Интеграл числителя равен

$$\int_{0}^{\infty} \left(\frac{\varepsilon_0 + x}{z + x}\right)^2 \sqrt{x} \ e^{-x} \ dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[1 - \frac{AC}{\left(kT\right)^2} F\left(z, \frac{AC}{\left(kT\right)^2}\right)\right],\tag{20}$$

где

$$F\left(z,\frac{AC}{\left(kT\right)^{2}}\right) = 4 + 2\frac{AC}{\left(kT\right)^{2}} - \left[4z + \frac{AC}{\left(kT\right)^{2}}\left(1 + 2z\right)\right]\frac{\sqrt{\pi}e^{z}}{\sqrt{z}}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{z}\right)\right]$$

Из (19), (3) и (20) получим

$$R\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e}{\sqrt{m^*}} \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)}.$$
(21)

Для определения поведения $R\sigma$ при низких температурах подставим разложения (4) и (15) в (21) (см. приложение 3):

$$R\sigma = \mu_{\rm H} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \frac{e}{\sqrt{m^*}} \frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \approx \frac{e\sqrt{m^*}}{\sqrt{2\pi}\hbar^2} \frac{\varepsilon}{n_0} \frac{1}{\sqrt{kT}} \sim \mu_d \sim T^{-1/2}, \quad \frac{\mu_{\rm H}}{\mu_d} \bigg|_{z \gg 1} = \frac{3\pi}{8}.$$
(22)

Если известны m^* и n_0 , то отсюда можно оценить ε .

Из (21) видно, что при $n_0 = 0$ (C = 0) $R\sigma \sim \mu_d \sim T^{-3/2}$. При высоких температурах $\lim_{z \to 0} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) = 4$, поэтому также $R\sigma \sim T^{-3/2}$.

Применение разложений (4) и (15) дает для поперечного магнетосопротивления (H \rightarrow 0) оценку (приложение 4) (по Эргинсою данный эффект отсутствует, т.к. если $\tau = \text{const}$, то $(\Delta \rho / \rho_0)_{\perp} = 0$):

$$-\left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_{0}}\right)_{\perp} = \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{0}}\right)_{\perp} = \omega_{c}^{2} \cdot \frac{\langle\left(\tau^{*}\right)^{3}\rangle\langle\tau^{*}\rangle - \langle\left(\tau^{*}\right)^{2}\rangle^{2}}{\langle\tau^{*}\rangle^{2}}\bigg|_{z>>1} \approx \frac{(4-\pi)(m^{*})^{3}\omega_{c}^{2}}{2\pi^{2}\hbar^{4}n_{0}^{2}} \cdot \frac{\varepsilon^{2}}{kT} = \frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{m^{*}(\omega_{c}\bar{l}_{res})^{2}}{2kT} \Longrightarrow \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{0}}\right)_{\perp} \approx \frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{\bar{E}_{k}}{kT} \sim (\mu_{H}H)^{2}.$$
(23)

Здесь $\omega_{\!\scriptscriptstyle C}$ – циклотронная частота, соответствующая эффективной массе на дне

зоны проводимости. Отсюда видно, что магнетосопротивление по асимптотике представляет собой эффект «второго порядка» (~ ε^2) по сравнению с подвижностью, теплопроводностью и эффектом Холла.

Величину
$$\overline{E}_{k} = \frac{m^{*} (\omega_{C} \overline{l}_{res})^{2}}{2}$$
 можно интерпретировать как среднюю кинетическую

энергию носителей, отклоненных в магнитном поле на фоне неупорядоченно расположенных $\mathbf{D}^{-}(\mathbf{A}^{+})$ -центров. В промежутках между актами рассеяния частица движется под действием поля. Прежде чем рассеяться, частица проходит малую часть орбиты. Почти прямая линия между двумя центрами является очень малой частью орбиты. Двигаясь вдоль этой «линии», носитель приобретает относительно «точки наблюдения» на оси постоянного вектора **H** кратковременный момент импульса $L_{\rm H} \approx m^* v_C \bar{l}_{\rm res}$ ($v_C = \omega_C \bar{l}_{\rm res}$ – циклотронная скорость), причем $\bar{l}_{\rm res}$ является «радиусом кривизны» ($\bar{l}_{\rm res} << r_C$, r_C – радиус циклотронной орбиты).

При достаточно низких температурах $L_{\rm H}$ является интегралом движения.

Как видно из (23) тепловое движение стремится стряхнуть частицу с орбиты. Критерий устойчивости на мгновенной орбите $v_{c} \ge v_{T}$.

К сожалению, неупорядоченность $D^{-}(A^{+})$ -центров не позволяет представить их поле в виде периодической функции (теорема Фурье). Концентрация n_0 считается малой, т.е. одновременное рассеяние носителей на двух и более центрах не учитывается, что соответствует обычному газовому [12, 15, 16].

Следует указать на то, что $l_{res} = \text{const}$, и никакого «выигрыша», на первый взгляд, резонансное рассеяние в среднем не получает ($\overline{\sigma_r} \sim 1/\overline{l_{res}}$). Однако из-за «укорочения» l_{res} (вдоль $|\mathbf{E}|$) между актами рассеяния, $\overline{\sigma_r}$ (поперечник) как бы получает (в классическом смысле^{***}) некоторое $\Delta \sigma_r > 0$ малое приращение (квазилокальный прирост), причем в качестве параметра малости выступает множитель $\overline{E}_k(\mathbf{H})/(kT)$ (см. приложение 5).

4. Учет «рассеивающего» влияния Н -поля

На основе формулы для магнетосечения

$$\overline{\sigma}_{\rm eff}({\rm H}) = \overline{\sigma}_{\rm r}(0) \left(1 + \frac{4 - \pi}{4} \frac{\overline{E}_{\rm k}}{kT}\right),$$

где $\overline{\sigma}_{\rm r}(0) = \frac{2\pi \hbar^2}{m^* \varepsilon}$, $\overline{E}_{\rm k} \sim {\rm H}^2$ (см. приложение 5) можно сравнительно легко проанализировать влияние поля на тепло- и электропроводность. Качественно ясно, что оба типа проводимостей должны уменьшится из-за укорочения $l_{\rm res}$:

$$\chi_{e}(\mathbf{H}) \sim n \upsilon_{T} \bar{l}_{H} \sim \frac{\upsilon_{T}}{\overline{\sigma}_{r}(\mathbf{H})} \sim \sqrt{\frac{T}{m^{*}}} \cdot \frac{1}{\overline{\sigma}_{r}(0) \cdot \left(1 + \frac{\overline{E}_{k}}{kT}\right)} \sim \sqrt{\frac{T}{m^{*}}} \cdot \frac{1}{\overline{\sigma}_{r}(0)} \left(1 - \frac{\overline{E}_{k}}{kT}\right), \quad (\mathbf{H} \to 0).$$

Из этой оценки нетрудно понять, что «точные» формулы для $\sigma(H)$ и $\chi_e(H)$ должны иметь вид (в рамках правомерности формул (6) и (11)):

^{***} После усреднения (пригодного для квазистационарного состояния) $\sigma_{\rm res}$ приобретает классические черты, к которому тогда уже приемлемо квазиклассическое рассмотрение.

$$\sigma(\mathbf{H}) \approx \sigma(0) \left(1 - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\overline{E}_{k}}{kT} \right), \quad \chi_{e}(\mathbf{H}) \approx \chi_{e}(0) \left(1 - \frac{4 - \pi}{4} \frac{\overline{E}_{k}}{kT} \right).$$
(24)

Следовательно, суперслабое магнитное поле не «возмущает» число Лоренца $L(0) \approx L(H)$. Закон Видемана-Франца выполняется с достаточным запасом точности. Факт уменьшения $\sigma(H)$ и $\chi_e(H)$ (в среднестатистическом аспекте) можно также выразит в терминах укорочения средней длины свободного пробега

$$\overline{l_{\text{res}}}(\mathbf{H}) = \frac{1}{n_0 \,\overline{\sigma_{\text{eff}}}(\mathbf{H})} = \frac{1}{n_0 \,\overline{\sigma_{\text{r}}}(0) \cdot \left(1 + \frac{4 - \pi}{4} \,\overline{\frac{E}{kT}}\right)} \approx \overline{l_{\text{res}}}(0) \left(1 - \frac{4 - \pi}{4} \,\overline{\frac{E}{kT}}\right) \Rightarrow$$
$$\overline{l_{\text{res}}}(\mathbf{H}) = \overline{l_{\text{res}}}(0) - \text{const} \left[\overline{l_{\text{res}}}(0)\right]^3, \quad [\text{const}] = M^{-2}, \quad (25)$$

где $\overline{l_{res}}(0)$ задается формулой (17). Общая динамика представлена на рисунке 3.



Рис. 3. Зависимость длины свободного пробега от суперслабого Н -поля

Зависимость (25) налагает ограничение на $\overline{l_{res}}(0)$:

$$\overline{l_{\rm res}}(0) \leq \frac{1}{\omega_C} \sqrt{\frac{8kT_\perp}{(4-\pi)m^*}}.$$

Вне предела $\frac{1}{\omega_c} \sqrt{\frac{8kT_{\perp}}{(4-\pi)m^*}} \{l(x), L(z)\}$ -апроксимация неправомерна (T_{\perp} – тем-

пература, соответствующая поперечному отклонению носитетлей, при которой «магнитный момент» орбиты $\frac{\overline{E}_k}{H} = \text{const}, T_{\perp} \sim (1 \div 2) K$ (рис. 1)).

На основании (24) и (25) можно сформулировать *правило*: пусть известно усредненное сечение рассеяния электрона на $D^{-}(A^{+})$ -центре в отсутствие магнитного поля; сечение рассеяния в суперслабом магнитном поле Н будет таким же, как и сечение без поля с поправкой $\overline{E}_{k}(H)/(kT)$.

Влияние слабого поля на α определяется зависимостью (9), из которой после усреднения следует $\bar{\tau} \sim 1/\sqrt{T}$, т.е. время свободного пробега для «медленных» электронов больше, чем для «быстрых», а это значит $\alpha(H) > \alpha(0)$.

Отметим, что если использовать стандартные методы расчета [11, 15], то объем различных вычислений возрос бы, а результаты были бы почти те же. В этом основное преимущество данного подхода – учет влияния слабого магнитного поля осуществляется на основе замены $\overline{\sigma}_{r}(0) \rightarrow \overline{\sigma}_{eff}(H)$ (образно гибридное сечение). Исходя из такого квазиклассического «расширения», можно в принципе рассчитать всевозможные кинетические эффекты в слабом H -поле, число которых велико, при этом важно

придерживаться схемы $\{l(x), L(z)\}$ -аппроксимации (при одном превалирующем механизме рассеяния).

Замена $\overline{\sigma_{r}}(0) \rightarrow \overline{\sigma_{eff}}(H)$ не претендует на числовой множитель при $\frac{E_{k}}{kT}$ для $\chi_{e}(H)$, так как данная замена предполагает суперслабое поле и отражает лишь уменьшение $\chi_{e}(H)$. В случае $\sigma(H)$ стандартный метод и $\overline{\sigma_{r}}(0) \rightarrow \overline{\sigma_{eff}}(H)$ приводят к одному и тому же числовому множителю [11, с. 96].

5. Электропроводность тонких полупроводников

Если травлением или протяжкой уменьшить диаметр полупроводника d до такой степени, что $d \sim \overline{l}$, то значительная часть электронов проводимости будет рассеиваться на поверхности. Отсюда следует, что поверхностное рассеяние будет существенной добавкой к объемным эффектам. Для полупроводников в отличие от металлов поверхностное рассеяние носит сугубо упругий характер: $\overline{\lambda} = \hbar / \sqrt{m^* kT} \sim 10^{-6}$ см, $\overline{\lambda} >> a$, т.е. электроны не «чувствуют» «интерференционную» структуру поверхности. Получение соответствующих формул требует решения кинетического уравнения Больцмана с подходящими граничными условиями на поверхности [16, с. 210]. Наибольший практический интерес может представлять формула [15, с. 261] ($d << \overline{l}$):

$$\rho = \rho_V \frac{l}{d}, \quad \sigma = \sigma_V \frac{d}{\bar{l}}, \quad (26)$$

где ρ_{V} – объемное сопротивление, σ_{V} – определяется выражением (6).

Подставляя в (27) формулу (17), получаем (для оценки $T \sim 10 K$, $d \ge 10^{-5}$ см):

$$\sigma = \sigma_V \frac{d}{\bar{l}} = \frac{4e^2 n d}{3\sqrt{2\pi k T m^*}}, \quad \mu_d = \frac{4ed}{3\sqrt{2\pi k T m^*}} \sim (10^5 \div 10^6) \,\mathrm{cm^2/c}\,. \tag{27}$$

Как следует из числового интервала μ_d , электроны не «чувствуют» наличие нейтральной примеси вообще, не говоря уже о $\mathbf{D}^-(\mathbf{A}^+)$ -центрах. Поверхностное рассеяние затушевывает остаточное примесное рассеяние: $\sigma_{es} \approx 1/(n_e d) \Rightarrow \sim 10^{-8} \text{ см}^2$ (см. приложение 1). В этом смысле можно сказать, что ковалентный кристалл ведет себя как квазиидеальный. Вопреки традиционному воззрению, что нейтральные примеси ответственны за остаточное сопротивление, полученный результат показывает, что это не всегда так: электрофизика образца во многом регламентируется именно тем, в каком отношении соотносятся диаметр d и средняя длина свободного пробега электронов \overline{l} , кроме того увеличение концентрации носителей за счет фотовозбуждения $\mathbf{D}^-(\mathbf{A}^+)$ -центров может привести к уменьшению поверхностного рассеяния и проявлению других механизмов рассеяния. По-видимому, также обстоит ситуация и в случае обычного нерезонансного рассеяния носителей заряда на нейтральных примесках [13].

Выводы

Основное содержание настоящей работы можно свести к формулам (6), (11), (17), (22) – (25) и (27), которые имеют прямой физический смысл, раскрывая специфику резонансного рассеяния, и которые необходимы для осмысленного изучения поведения температурных зависимостей различных кинетических коэффициентов при низких температурах и слабых Н -полях.

Полученные формулы дают право критически оспорить формулу Эргинсоя, со-

гласно которой подвижность носителей заряда в интервале $T = (1 \div 10)K$ не зависит от температуры. Ведь совершенно ясно, что подвижность μ в отличие от термо-э.д.с. $|\alpha|$ весьма чувствительна к температуре. Формула Эргинсоя носит эмпирический характер и ее нельзя конечно воспринимать буквально. На наш взгляд резонансное рассеяние на нейтральных примесях более физично во многих отношениях, что подтверждается конкретными числовыми оценками.

При высоких и низких температурах $R\sigma$ пропорционально μ_d и имеет различную температурную зависимость. Если откладывать на графике зависимость $\lg(R\sigma)$ от $\lg T$, то при высоких и низких температурах получаются прямые с угловыми коэффициентами (-3/2) и (-1/2). Для определения $T_{\rm nep}$ – температуры перехода от одной температурной зависимости к другой, необходимо, строго говоря, решить сложное трансцендентное уравнение. Для оценки $T_{\rm nep}$ положим $l_L \sim l_{\rm res}$ и $E \sim kT$, тогда

$$A/(kT_{nep}) \sim (\varepsilon + kT_{nep})/C$$
.

Необходимо различать два крайних случая. Если $\varepsilon<\!\!<\!\!\sqrt{AC}$, то легко показать, что $T_{\rm nep}\sim \sqrt{AC}/k~~.~(28)$

В противоположном случае, когда $\varepsilon >> \sqrt{AC}$,

$$T_{\rm nep} \sim AC/(k\varepsilon)$$
 . (29)

Когда $\varepsilon \sim \sqrt{AC}$, то по порядку величины применим критерий (28), как это видно из критерия (29).

Выше мы оценили $A = 2,4 \times 10^{-19}$ эрг·см и $C = 0,4 \times 10^{-11}$ эрг/см. Таким образом, $\sqrt{AC} = 0,97 \times 10^{-15}$ эрг ($\varepsilon \approx 0,61$ мэВ) $\Rightarrow T_{\text{пер}} \sim 10 K$. Отсюда можем предположить, что переход будет наблюдаться и при более высоких температурах в зависимости от степени легирования. Легко показать, что если в более общем случае $l_L \sim T^{-p}$, то при низких температурах, когда можно пренебречь решеточным сопротивлением, $R\sigma$ попрежнему $\sim T^{-1/2}$.

При не слишком слабых полях ($\omega_c \tau \ge 1$) (когда разложение $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ не вполне правомерно) $\sigma(\mathbf{H}) = \frac{\sigma(0)}{1+\frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{\overline{E_k}}{kT}} \sim \frac{\sqrt{kT}}{kT + \overline{E_k}}, \quad T_{\max} \sim \overline{E_k}/k \sim \mathbf{H}^2,$

$$\sigma_{\max}(\mathbf{H}) \sim \left(\overline{E}_{k}\right)^{-1/2} \sim 1/\mathbf{H}.$$
(30)

Наличие максимума радикально отличается от случая H = 0 [2].

Формулы (30) практически совпадают с формулами, полученными в работе [12], при этом $\sigma(H)$ резонансно возрастает как $1/\sqrt{T}$ (рис. 1).

При очень низких температурах при наличии суперслабых H-полей реализуются весьма благоприятные условия для повышения эффективности термопар (из-за квази-постоянства σ/χ_e): $\Delta Z = 2\alpha\sigma\Delta\alpha/\chi_e > 0$ [14].

На основе (17) нетрудно оценить величину поля, необходимую для туннелирования носителей. Для оценки $|\mathbf{E}|$ положим $eE\langle l\rangle \sim \varepsilon$, тогда

$$E \sim \pi \hbar^2 n_0 / (2m^* e) = 2,5$$
 В/см.

Полученное значение напряженности соответствует области суперслабых полей.

Коэффициент «*просачивания*» при этом практически равен единице. Так что говорить о наличии какого-либо потенциального барьера (ямы) при резонансном рассеянии особо не приходиться, и он имеет в этом случае скорее формальный, нежели реальный смысл. Эффект задержки (передергивания электронной волны) здесь выражается в том, что медленный электрон начинает при этом слегка спотыкаться, что качественно отражено на графиках (1) и (2).

Критически оценивая формулы (27), можно прийти к выводу, что джоулевы потери могут происходить только на поверхности, но тогда поверхностное рассеяние носителей не будет «абсолютно упругим», оно будет скорей квазиупругим (аналогично столкновению фононов со стенками сосуда).

Приложение 1 (к пункту 1.1)

При высоких температурах ($z \ll 1$) $\sigma_{ep} = 1/(n_p l_L) \approx \hbar \omega_{max}/(A N) \sim 10^{-16} \text{ см}^2$, а сечение σ_{res} может проявиться лишь как одиночный «всплеск» на фоне акустического рассеяния, но так как число резонирующих носителей исчезающе мало, то резонансное рассеяние весьма маловероятно (см. сноску ** на странице 40).

При низких температурах $(1 \div 10) K$, $\overline{\sigma_{\text{res}}} = 1/(n_0 \overline{l_{\text{res}}}) \sim 10^{-12} \text{ см}^2$; число фононов

$$n_p = 9N\left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\exp(x) - 1} \sim T^3 \quad (\Theta$$
 – температура Дебая, N – число атомов);

$$\sigma_{ep} = \frac{1}{n_p l_{ep}} \approx \frac{1}{9N \cdot (T/\Theta)^3 (v_T/v_0) a \cdot (\Theta/T)^5} = \frac{1}{9N a} \frac{v_0}{v_T} \left(\frac{T}{\Theta}\right)^2 \sim 10^{-18} \text{cm}^2, \quad \sigma_{ep} \sim T^{3/2}.$$



Рис. 4. Примерный ход температурной зависимости усредненного эффективного сечения при различных механизмах рассеяния. Как видно, конкуренцию резонансному рассеянию может составит лишь рассеяние на ионах примеси (из-за сильного кулоновского, потенциала), но вне актуального интервала

Для точечных дефектов и примесных атомов (по Эргинсою) $\sigma_N \approx \pi a^2$, $\sigma_{i \, mp} \sim 10^{-15} \text{ cm}^2$. Кулоновское сечение: $\sigma_I \sim T^{-2} \sim 10^{-13} \text{ cm}^2$, $\sigma_{res} / \sigma_I \sim T^*$.

Следовательно, резонансное рассеяние в указанном интервале полностью доминирует (рис. 4).

Приложение 2 (к пункту1.2)

При очень сильных магнитных полях отношение предельных значений электропроводности равно

$$\frac{\sigma_{V}}{\sigma_{V\infty}} = \left\langle \tau^* \right\rangle \left\langle \frac{1}{\tau^*} \right\rangle = \frac{16}{9\pi} \left(\int_0^\infty \frac{x + \varepsilon_0}{z + x} x \, e^{-x} dx \right) \left(\int_0^\infty \frac{x + z}{\varepsilon_0 + x} x^2 \, e^{-x} dx \right).$$

Первый интеграл I_1 имеет классическую асимптотику $\frac{\varepsilon}{AC}kT$, второй равен $I_2(z\leftrightarrow\varepsilon_0)=2-(\varepsilon_0-z)[1-\varepsilon_0L(\varepsilon_0)]$ и имеет классическую асимптотику $\frac{2AC}{\varepsilon kT}$. В ре-

зультате имеем $\left. \frac{\sigma_V}{\sigma_{V\infty}} \right|_{z \gg 1} = \frac{32}{9\pi}$ в полном соответствии с результатом Давыдова-

Шмушкевича [11, с. 105]. В данном случае асимптотика $\frac{\sigma_V}{\sigma_{V^{\infty}}}\Big|_{z \to 1} = \frac{32}{9\pi}$ означает, что в

пределе классически сильного магнитного поля рассеяние носителя на атоме примеси аналогично рассеянию последнего на высоковозбужденном акустическом фононе. При такой трактовке мы приходим к независимости \overline{l} от скорости. К этому же выводу можно прийти и на основе теории Дебая [15].

Вывод справедлив и при произвольном $\overline{l} \sim T^{-p}$.

Приложение 3 (к пункту 3.1)

$$\frac{A}{(kT)^{3/2}} \cdot \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \bigg|_{z \gg 1} = \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left(\frac{2}{z} - \frac{3}{z^2} - \frac{AC}{(kT)^2} \frac{1}{z^2} - \cdots\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^2} + \frac{3!}{z^3} - \cdots\right)} \approx$$

$$\approx \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{\left(\frac{kT}{AC}\varepsilon\right)^2}{\frac{kT}{AC}\varepsilon} = \frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{kT}{AC}\varepsilon = \frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \sim T^{-1/2}.$$

Приложение 4 (к пункту 3.2)

Общая теоретическая формула:

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_{\perp} = \omega_c^2 \left[\frac{\left\langle \left(\tau^*\right)^3\right\rangle}{\left\langle \tau^*\right\rangle} - \left(\frac{\left\langle \left(\tau^*\right)^2\right\rangle}{\left\langle \tau^*\right\rangle}\right)^2\right] = \frac{\omega_c^2 A^2 m^*}{2 (kT)^3} \times$$

$$\times \left[\frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} - \frac{\pi}{4} \left(\frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right)^2 \right].$$

Здесь $M\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right) = \left(\frac{AC}{(kT)^2}\right)^2 \frac{1 - zL(z)}{2z^2} - \frac{AC}{(kT)^2} \cdot \frac{3L(z)}{z} + 3\frac{1 - L(z)}{z}, \text{ а функция}$
 $F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)$ определена интегралом (20). Из исходной формулы видно, что при $n_0 = 0$
 $(C = 0) \quad \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)_{\perp} = \omega_c^2 \frac{A^2 m^* (4 - \pi)}{8(kT)^3} = \frac{4 - \pi}{4} \cdot \frac{m^* (\omega_c l_L)^2}{2kT} \sim T^{-3}, \quad (H \to 0).$
При низких температурах на основе разложения (4) имеем:

$$\frac{A^{2}}{(kT)^{3}} \cdot \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^{2}}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} L(z)} \bigg|_{z \gg 1} \Rightarrow$$

$$= \frac{A^{2}}{(kT)^{3}} \cdot \frac{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} \left[\left(\frac{AC}{(kT)^{2}} \right)^{2} \frac{1}{z^{3}} - \left(\frac{AC}{(kT)^{2}} \right)^{2} \frac{3}{z^{4}} - \frac{3AC}{(kT)^{2}} \cdot \frac{1}{z^{2}} + \frac{6AC}{(kT)^{2}} \cdot \frac{1}{z^{3}} - \frac{18AC}{(kT)^{2}} \cdot \frac{1}{z^{4}} + \cdots \right]}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^{2}} + \frac{3!}{z^{3}} - \cdots \right)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\frac{AC}{(kT)^{2}} \frac{1}{z} \approx 1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon, \quad \left(\frac{AC}{(kT)^{2}} \right)^{m} \frac{1}{z^{n}} \to 0, \quad (m \ge n, \ m \leftrightarrow n) \right] \approx \\ \approx \frac{A^{2}}{(kT)^{3}} \frac{1 - \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^{3} + 3 \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^{2} - 3 \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon \right) + O \left(\left(\frac{AC}{(kT)^{2}} \right)^{m} \frac{1}{z^{n}} \right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^{2}} + \frac{3!}{z^{3}} - \cdots \right)} \approx \\ \approx \frac{A^{2}}{(kT)^{3}} \frac{\left(\frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^{3} + 3 \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^{2} - 3 \left(1 - \frac{kT}{AC} \varepsilon \right) + O \left(\left(\frac{AC}{(kT)^{2}} \right)^{m} \frac{1}{z^{n}} \right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} \left(\frac{1}{z} - \frac{2!}{z^{2}} + \frac{3!}{z^{3}} - \cdots \right)} \right)$$

кроме того,

$$\frac{A^2}{(kT)^3} \left(\frac{1 - \frac{AC}{(kT)^2} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^2}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^2} L(z)} \right)^2 \bigg|_{z \gg 1} \approx \left(\frac{A}{(kT)^{3/2}} \frac{kT}{AC} \varepsilon \right)^2 = \left(\frac{\varepsilon}{C} \frac{1}{\sqrt{kT}} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{C^2} \frac{1}{kT}.$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{0}}\right)_{\perp} = \frac{\omega_{c}^{2} A^{2} m^{*}}{2 (kT)^{3}} \left[\frac{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} M\left(z, \frac{AC}{(kT)^{2}}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} L(z)} - \frac{\pi}{4} \left(\frac{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} F\left(z, \frac{AC}{(kT)^{2}}\right)}{1 - \frac{AC}{(kT)^{2}} L(z)} \right)^{2} \right]_{z \gg 1} \Rightarrow \\ \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{0}}\right)_{\perp} \approx \frac{\omega_{c}^{2} m^{*}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{\varepsilon^{2}}{C^{2}} \cdot \frac{1}{kT} = \frac{(4 - \pi)(m^{*})^{3} \omega_{c}^{2}}{2 \pi^{2} \hbar^{4} n_{0}^{2}} \cdot \frac{\varepsilon^{2}}{kT},$$

т.е. получаем формулу (23), являющуюся связующим звеном между первым и вторым приближением (~ ε^2).

Результат (23) требует качественного разъяснения: в актуальной области подавляющее большинство носителей (которые резонируют) лишь в среднем имеют энергию $\overline{E} \approx kT \sim \varepsilon$, и для них \overline{l} не «укорачивается». Но носители с энергией, меньше средней ($E \leq \overline{E} \approx \varepsilon$), будут отклоняться в сторону «электрической» силы, а носители с энергией ($E \geq \overline{E} \approx \varepsilon$) – в противоположную сторону. И для тех, и для других \overline{l} уменьшится (рис. 3), при этом число отклоняющихся носителей ничтожно мало: $\Delta n/n \sim \overline{E}_k/kT \sim \overline{l}^2 \sim \varepsilon^2$, откуда следует, что $\Delta \rho/\rho \sim \varepsilon^2$.

Приложение 5 (к пункту 3.3)

Усреднение сечения резонансного рассеяния (см. сноску 3)

$$\overline{\sigma_{\rm r}}(0) = \left\langle \sigma_{\rm r} \right\rangle_{E} = \frac{\int_{0}^{0} \sigma(E) E \exp\left(-E/kT\right) \sqrt{E} \, dE}{\int_{0}^{\infty} E \exp\left(-E/kT\right) \sqrt{E} \, dE} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{2\pi\hbar^{2}}{m^{*}} \cdot \frac{1}{kT} \int_{0}^{\infty} \frac{x^{3/2} \exp\left(-x\right)}{x + \varepsilon_{0}} \, dx \Rightarrow$$
$$\overline{\sigma_{\rm r}}(0) = \left\langle \sigma_{\rm r} \right\rangle_{E} = \frac{4}{3} \frac{2\pi\hbar^{2}}{m^{*}} \cdot \frac{1}{kT} \left[\frac{1}{2} - \varepsilon_{0} \left\{ 1 - \varepsilon_{0} \frac{\sqrt{\pi} e^{\varepsilon_{0}}}{\sqrt{\varepsilon_{0}}} \left[1 - \Phi\left(\sqrt{\varepsilon_{0}}\right) \right] \right\} \right]_{E^{0} \to 1} \approx \frac{2\pi\hbar^{2}}{m^{*}} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \quad .$$

В актуальном диапазоне

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l}{l_0} \bigg|_{z \gg 1} &= -\left(\frac{\Delta \rho}{\rho_0}\right)_{\perp} = -\frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{\overline{E}_k}{kT}, \quad \Delta l = l(\mathbf{H}) - l(\mathbf{0}), \ \sigma_r(\mathbf{0}) = \frac{1}{n_0 l_0}, \quad \sigma_r(\mathbf{H}) = \frac{1}{n_0 l_H}, \\ \Delta \sigma_r &= \sigma_r(\mathbf{H}) - \sigma_r(\mathbf{0}), \quad \Delta \sigma_r \approx -\frac{1}{n_0} \cdot \frac{\Delta l}{l_0^2} = \frac{1}{n_0 l_0} \cdot \frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{\overline{E}_k}{kT} = \frac{4-\pi}{4} \cdot \frac{\overline{E}_k}{kT} (1/4) \overline{\sigma_r}(\mathbf{0}), \\ l_0 \approx 2m^* \varepsilon / (\pi \hbar^2 n_0) = \text{const}, \end{aligned}$$

только поэтому $\Delta \sigma_{\rm r} = (1/4) \Delta \overline{\sigma_{\rm r}} ({\rm H})$, тогда

$$\overline{\sigma_{\rm eff}}({\rm H}) \approx \overline{\sigma_{\rm r}}(0) \left(1 + \frac{4 - \pi}{4} \frac{\overline{E}_{\rm k}}{kT}\right) = \overline{\sigma_{\rm r}}(0) \left(1 + \frac{{\rm const}}{T}\right), \quad ({\rm H} \to 0)$$

Как видно из асимптотической оценки при очень низких температурах тепловой разброс не существенен для статистического сечения резонансного рассеяния. Среднее сечение рассеяния определяется только одним единственным параметром ε ($D^{-}(A^{+})$ -центра) и m^{*} (носителя) (при этом нет необходимости, чтобы E было близко к ε (см. сноску 2)). Однако тепловой разброс существенен при наличии поля! Существенно, что приращение сечения квадратично по полю.

В формуле для $\overline{\sigma_{\text{eff}}}(H)$ отражено результирующее влияние магнитного поля и «поля» $D^{-}(A^{+})$ -центра. Область в окрестности центра как бы слегка набухает, радиус действия его «поля» слегка возрастает. Другими словами, влияние слабого H -поля на резонансное рассеяние (как, впрочем, и на другие механизмы рассеяния) эквивалентно (при нашем подходе) квазилокальному «растяжению» ($\Delta r \sim H^{2} \rightarrow 0$) поперечника центра. Растяжение поперечника лимитировано сменой механизма рассеяния. Во избежание «дифракции» должно соблюдаться условие $\overline{E}_{k} \ll kT$, которое, как правило, хорошо соблюдается в суперслабых полях.

Рассеивающее действие H -поля наиболее эффективно на границе центра. В соответствии с «гипотезой локального равновесия», которое налагает ограничение на ΔT , а именно, $\Delta T |_{\langle I \rangle} << T |_{\langle I \rangle}$, мы предполагаем, что изменением температуры в $\delta |_{r-\Delta r}^{r+\Delta r}$ - окрестности центра можно пренебречь. Относительная доля носителей, преодолевающих заслон, пренебрежимо мала: $\Delta n/n \sim \varphi^2 << 1$, $(\varphi > \hbar/(m^* v_T \Delta r))$, так что подавляющее большинство носителей интенсивно рассеиваются и в формулах кинетических коэффициентов не надо вводить поправок на n ($\delta n = 0$).

Как видно, формула для сечения формально схожа с формулой Сезерленда для газокинетического сечения.

Таким образом, магнитное поле столь слабо $(H \rightarrow 0)$, что оно лишь слегка искривляет траекторию носителей между актами рассеяния, и можно не учитывать его влияние на специфику рассеяния:

$$\lim_{\mathbf{H}\to 0} \overline{\sigma_{\rm eff}}(\mathbf{H}) = \overline{\sigma_{\rm r}}(0).$$

Примечания:

- 1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Физматлит, 2001. Т. 3. 803 с.
- 2. Роль рассеяния на мелких нейтральных центрах в кинетических явлениях при низкой температуре / Э.З. Имамов, Н.М. Колчанова, Л.Н. Крещук, И.Н. Яссиевич // ФТТ. 1985. Т. 27, вып. 1. С. 69-76.
- 3. Расчет подвижности носителей заряда в алмазе при низких температурах / А.С. Батурин, В.Н. Горелкин, В.Р. Соловьев, И.В. Черноусов // ФТП. 2010. Т. 44, вып. 7. С. 897-901.
- 4. Число Лоренца и фактор Холла в вырожденных полупроводниках при резонансном рассеянии носителей тока / Л.В. Прокофьева, А.А. Шабалдин, В.А. Корчагин, С.А. Немов, Ю.И. Равич // ФТП. 2008. Т. 42, вып. 10. С. 1180-1189.

References:

- 1. Landau L.D., Lifshits E.M. Quantum mechanics. M.: Fizmatlit, 2001. Vol. 3. 803 pp.
- 2. The role of dispersion on small neutral centers in kinetic phenomena at low temperature / E.Z. Imamov, N.M. Kolchanova, L.N. Kreshchuk, I.N. Yassievich // FTT. 1985. Vol. 27, Iss. 1. P. 69-76.
- Calculation of mobility of charge carriers in diamond at low temperatures / A.S. Baturin, V.N. Gorelkin, V.R. Solovyev, I.V. Chernousov // FTP. 2010. Vol. 44, Iss. 7. P. 897-901.
- 4. Lorentz number and Hall factor in degenerate semiconductors at resonant dispersion of currents / L.V. Prokofyeva, A.A. Shabaldin, V.A. Korchagin, S.A. Nemov, Yu.I. Ravich // FTP. 2008. Vol. 42, Iss. 10. P. 1180-1189.

- Электронный спектр и рассеяние носителей тока в РbTe «Na+Te» / Л.В. Прокофьева, Д.А. Пшенай-Северин, П.П. Константинов, А.А. Шабалдин // ФТП. 2009. Т. 43, вып. 9. С. 1195-1198.
- Коломоец Н.В. Влияние межзонных переходов на термоэлектрические свойства вещества // ФТТ. 1966. Т. 8, вып. 4. С. 999-1003.
- Пшенай-Северин Д.А., Федоров М.И. Влияние межзонного рассеяния на термоэлектрические свойства полупроводников и полуметаллов // ФТТ. 2010. Т. 52, вып. 7. С. 1257-1261.
- Немов С.А., Равич Ю.И., Корчагин В.И. Энергия примесных резонансных состояний в теллуриде свинца с различным содержанием примеси таллия // ФТП. 2011. Т. 45, вып. 6. С. 740-742.
- Сверхпроводимость сплавов Sn_{0,62}Pb_{0,33}Ge_{0,05}Te / С.А. Немов, П.А. Осипов, В.И. Прошин [и др.] // ФТТ. 2000. Т. 42, вып. 7. С. 1180-1182.
- Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1977. 344 с.
- 11. Аскеров Б.М. Кинетические эффекты в полупроводниках. Л.: Наука, 1970. 302 с.
- 12. Андреев С.П., Павлова Т.В., Небогатов В.А. Уширение кривой классического циклотронного резонанса нейтральными примесями в двух- и трехмерных полупроводниках // Труды Научной Сессии НИЯУ МИФИ-2010. Т. Ш. Современные проблемы физики конденсированного состояния. М., 2010. С. 89-92.
- Петрикова Е.А., Симакин М.В. Рассеяние носителей заряда на глубоких нейтральных центрах в высокоомных кристаллах арсенида галлия // Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. 2010. № 6. С. 136-138.
- 14. Кайданов В.И., Немов С.А., Равич Ю.И. Резонансное рассеяние носителей тока в полупроводниках типа А^{IV}В^{VI} // ФТП. 1992. Т. 26, вып. 2. С. 201-222.
- Блатт Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах. М.: Мир, 1971, 472 с.
- Фикс В.Б. Ионная проводимость в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1969. 296 с.
- Erginsoy C. Neutral Impurity Scattering Semiconductors // Phys. Rev. 1950. Vol. 79, No. 6. P. 1013-1014.

- 5. Electronic spectrum and dispersion of current carriers in PbTe <Na+Te> / L.V. Prokofyeva, D.A. Pshenay-Severin, P.P. Konstantinov, A.A. Shabaldin // FTP. 2009. Vol. 43, Iss. 9. P. 1195-1198.
- Kolomoyets N.V. Influence of interzonal transitions on thermoelectric properties of a substance // FTT. 1966. Vol. 8, Iss. 4. P. 999-1003.
- Pshenay-Severin D.A., Fedorov M.I. Influence of interzonal dispersion on thermoelectric properties of semiconductors and semimetals // FTT. 2010. Vol. 52, Iss. 7. P. 1257-1261.
- Nemov S.A., Ravich Yu.I., Korchagin V.I. Energy of impurity resonant states in lead telluride with the various content of thallium impurity // FTP. 2011. Vol. 45, Iss. 6. P. 740-742.
- Superconductivity of alloys Sn_{0,62}Pb_{0,33}Ge_{0,05}Te / S.A. Nemov, P.A. Osipov, V.I. Proshin [etc.] // FTT. 2000. Vol. 42, Iss. 7. P. 1180-1182.
- Yanke E., Emde F., Lesh F. Special functions. M.: Nauka, 1977. 344 pp.
- 11. Askerov B.M. Kinetic effects in semiconductors. L.: Nauka, 1970. 302 pp.
- 12. Andreev S.P., Pavlova T.V., Nebogatov V.A. Broadening of a curve of a classical cyclotron resonance by neutral impurity in two-and three-dimensional semiconductors // Works of Scientific Session of NIYaU MIFI-2010. Vol. III. Modern problems of physics of the condensed state. M., 2010. P. 89-92.
- Petrikova E.A., Simakin M.V. Dispersion of charge carriers on the deep neutral centers in high-resistance crystals of gallium arsenide // The Bulletin of the ENU of L.N. Gumilev. 2010. No. 6. P. 136-138.
- Kaydanov V.I., Nemov S.A., Ravich Yu.I. Resonant dispersion of charge carriers in A^{IV}B^{VI} semiconductors // FTP. 1992. Vol. 26, Iss. 2. P. 201-222.
- 15. Blatt F. Physics of electronic conduction in rigid bodies. M.: Mir, 1971, 472 pp.
- 16. Fiks V.B. Ionic conduction in metals and semiconductors. M.: Nauka, 1969. 296 pp.
- Erginsoy C. Neutral Impurity Scattering Semiconductors // Phys. Rev. 1950. Vol. 79, No. 6. P. 1013-1014.