

---

УДК 621.941  
ББК 34.633  
Л 24

**Лапшин В.П.**

*Кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации производственных процессов Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону, e-mail: i090206.lapshin@yandex.ru*

**Туркин И.А.**

*Аспирант кафедры автоматизации производственных процессов Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону, тел. 89045006653*

**Моделирование динамики формообразующих движений  
при сверлении глубоких отверстий малого диаметра  
(Рецензирована)**

**Аннотация**

*Рассматриваются вопросы моделирования формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий с учетом формируемой в зоне контакта силы препятствующей этому процессу. Приведены результаты моделирования в среде Matlab с определением стационарных траекторий на фазовой плоскости.*

**Ключевые слова:** сверление, моделирование динамики, фазовый портрет динамической системы, стационарные траектории фазового пространства.

**Lapshin V.P.**

*Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automatization of Production Processes, Don State Technical University, Rostov-on-Don, e-mail: i090206.lapshin@yandex.ru*

**Turkin I.A.**

*Post-graduate student of the Department of Automatization of Production Processes, Don State Technical University, Rostov-on-Don, ph. 89514985687*

**Modeling of the dynamics of form-building movements  
in drilling deep openings of small diameter**

**Abstract**

*The paper discusses questions of modeling of form-building movements in drilling deep openings taking into account the force impeding the process formed in a zone of contact. The results are given of modeling in the Matlab medium with definition of stationary trajectories in the phase plane.*

**Keywords:** drilling, modeling of the dynamics, phase pattern of dynamic system, stationary trajectories of phase space.

**Введение**

В настоящее время требования к процессу сверления отверстий, глубина которых превышает 100 диаметров сверла, очень высоки и связаны с необходимостью обеспечения гладкости стенок отверстий при минимальном износе инструмента и высокой скорости сверления.

Существует множество факторов, влияющих на ход процесса сверления глубоких отверстий, наиболее важные из них – это качество режущего инструмента, формирование и удаление стружки, эффективный подвод смазочно-охлаждающей жидкости. Однако этих факторов недостаточно для предъявления высоких требований к качеству сверления. Обеспечить высокое качество обработки отверстия можно за счет однократности процесса сверления и исключения высокотемпературных режимов резки металла, но при сверлении глубоких отверстий очень сложно обеспечить такие условия. Частично эта проблема решается применением специальных, дорогостоящих типов сверл, материалов

и различных методов сверления, но проблема сверления спиральными сверлами остается до конца не решенной. Такое сверление требует учета динамических процессов, формирующихся в зоне резания. Это такие процессы, как контроль за критическим моментом, зависящий от прочности сверла, температура в зоне резания, координата заглупления, а следовательно, и количество стружки в стружкоотводящих каналах. На сегодня системы управления, учитывающей все эти параметры, не существует, следовательно, проблема остается актуальной научной задачей.

### 1. Динамика системы с учетом стандартного представления момента, возникающего в зоне резания

Сверление глубоких отверстий малого диаметра выполняется на силовых сверлильных станках с управляемыми приводами подачи и вращения шпинделя [1]. Схема сверлильной установки приведена на рисунке 1.

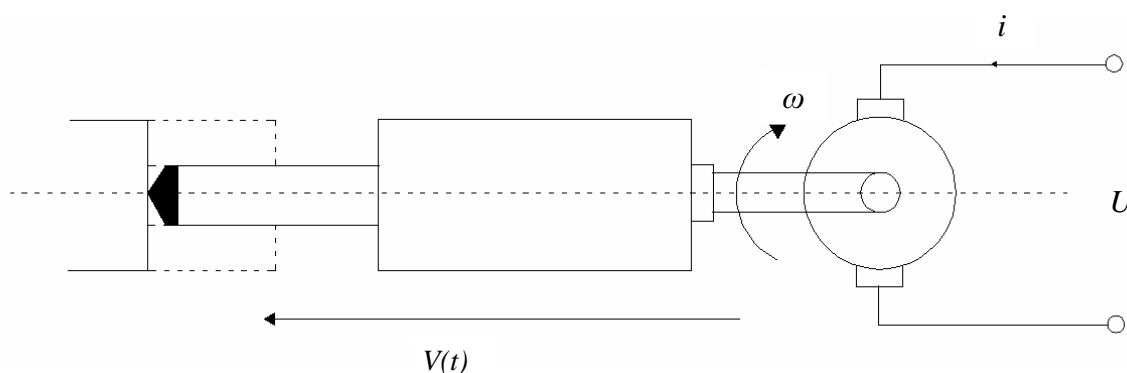


Рис. 1. Схема, изображающая процесс сверления

В представленной на рисунке 1 схеме изображены: двигатель главного движения, обеспечивающий вращение с заданной частотой рабочего инструмента (сверла), а в качестве подачи представлен частный случай стабилизированной по скорости подачи рабочего инструмента ( $V_n$ ).

Примем в качестве допущения, что двигатель главного движения является двигателем постоянного тока и описывается известной системой уравнений [1]:

$$\begin{aligned} U - c_e \omega &= L \frac{di}{dt} + Ri, \\ c_m i &= J \frac{d\omega}{dt} + M(\omega), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U$  – напряжение, подаваемое на коллектор двигателя;

$i$  – ток, потребляемый двигателем;

$R, L$  – параметры электрической части двигателя;

$J$  – параметр, характеризующий инерционные свойства ротора двигателя;  $\omega$  – частота вращения ротора двигателя;

$M(\omega)$  – внешний момент сопротивления;

$c_m, c_e$  – механическая и электрическая постоянные двигателя.

В общем случае сила, действующая на инструмент в зоне резания, пропорциональна площади срезаемого слоя. В случае сверления сила резания может быть выражена следующим соотношением:

$$F = \rho DS, \quad (2)$$

где  $D$  – диаметр сверла;

$S$  – путь, пройденный инструментом за оборот в течение времени  $T = 1/\omega$ , то есть величина подачи на оборот;

$\rho$  – коэффициент пропорциональности.

Величина  $S$  может быть представлена в следующем виде:

$$S = \int_{t-T}^t V(t) dt. \quad (3)$$

Примем в качестве допущения, что скорость подачи  $V(t)$  – величина постоянная и не зависящая от параметров процесса резания. В этом случае сила, действующая на инструмент в зоне резания, будет определяться по формуле:

$$F = \frac{K}{\omega}, \quad (4)$$

где  $K = \rho D$  – коэффициент, характеризующий свойства сверла и заготовки.

В точке равновесия, характеризуемой стационарным значением частоты, уравнения (1) с учетом (4) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} U - c_e \omega &= +Ri, \\ c_m i &= \frac{K}{\omega}. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая систему (5) относительно частоты, получим две возможные кривые, характеризующие зависимость частоты в точке равновесия от значения напряжения  $U$ :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{U + \sqrt{U^2 - 4KR \frac{c_e}{c_m}}}{2c_e}, \\ \omega_2 &= \frac{U - \sqrt{U^2 - 4KR \frac{c_e}{c_m}}}{2c_e}. \end{aligned} \quad (6)$$

Возьмем Возьмем для определенности параметры двигателя постоянного тока японской фирмы «SANYO DENKI» MDH-B ( $c_e=2,6$ ;  $c_m=2,6$ ;  $R=0,85$  Ом;  $L=1,6$  мГ;  $J=3,5$  кг·м<sup>2</sup>) [2], коэффициент  $K$  – был определен экспериментально и приближенно равен 150.

Для оценки влияния рациональных параметров системы управления на динамику процесса резания (сверления) была проведена серия экспериментов. Экспериментальная установка разработана на базе токарного станка ТПК-123В112, фотография установки представлена на рисунке 2.

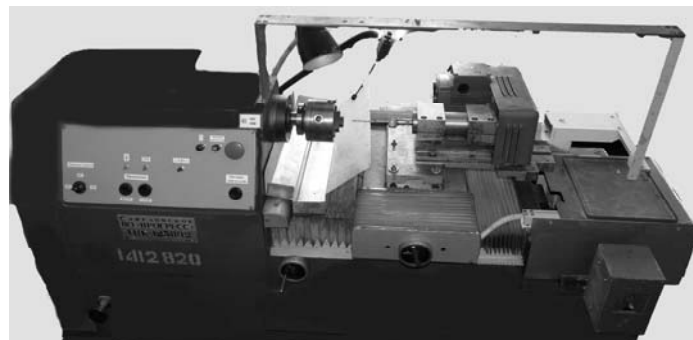


Рис. 2. Внешний вид модернизированного токарного станка ТПК-123В112

Станок, представленный на рисунке 2, состоит из следующих основных элементов: сверлильная головка, привод вращения сверлильной головки, шпиндель вращения заготовки, патрон крепления заготовки, привод подачи.

Как видно из выражений (6) для каждого значения питающего напряжения двигателя имеется две стационарные точки частоты вращения ротора двигателя. Переход между этими точками в системе будет осуществляться скачком в зависимости от возмущающих условий. Для дальнейшего анализа системы, с учетом сил, возникающих в зоне резания, и некоторых начальных возмущений, представим систему (1) как одно уравнение в вариациях относительно стационарного значения частоты, определенного на графике характеристики  $\omega_1$  (см. рис. 3).

$$\frac{LJ}{c_e c_m} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + \left( \frac{JR}{c_e c_m} - \frac{KL}{c_e c_m} \frac{1}{(\Omega + \omega_{01})^2} \right) \frac{d\Omega}{dt} + \Omega - \frac{KR}{c_e c_m} \frac{\Omega}{\omega_{01}(\Omega + \omega_{01})} = 0, \quad (7)$$

где  $\Omega$  – отклонение частоты от стационарного значения  $\omega_{01}$ , в системе (1) произведена замена  $\omega = \Omega + \omega_{01}$ . Более подробно переход от системы уравнений (1) к уравнениям в вариациях мы рассмотрим во второй части статьи на примере системы с более сложным моментом.

Результаты моделирования уравнения (7) в Matlab представлены на рисунке 3.

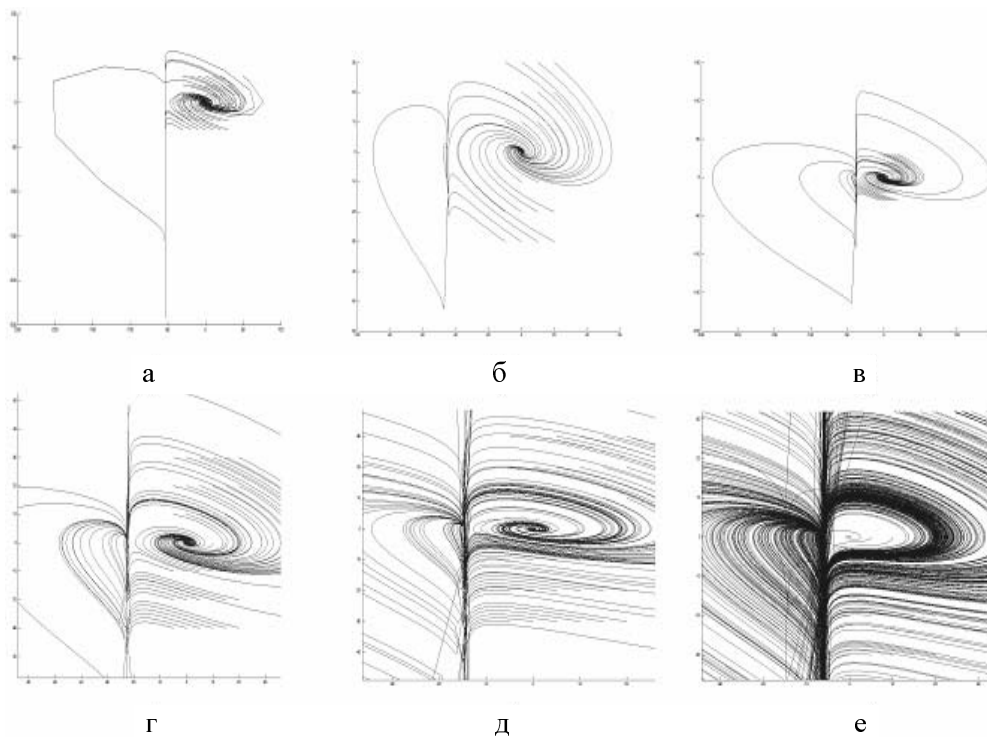


Рис. 3. Фазовые портреты системы управления при различных значениях напряжения, подаваемого на двигатель главного движения

На рисунке 3а представлены фазовые портреты системы при условии, что напряжение, подаваемое на двигатель главного движения, 141 В, на рисунке 3(б, в, г, д, е) напряжение постепенно уменьшалось до 121 В, 101 В, 81 В, 61 В, 41 В соответственно. Такое уменьшение питающего напряжения будет эквивалентно движению вниз механической характеристики двигателя, и это движение в целом можно считать описанием влияния момента стружкообразования. Действительно, дополнительный момент, возникающий в результате стружкообразования, будет постоянно нарастать по мере увеличения глубины просверливаемого отверстия, и его можно вычесть из левой части

первого уравнения системы (5).

Как видно из приведенных фазовых портретов в системе формируются две стационарные точки, значения частоты в которых можно получить из системы (6). Справа на представленных рисунках формируется устойчивый фокус, а левее – некая траектория, которая характеризует на границе устойчивости некоторое движение системы. При уменьшении подаваемого напряжения, как уже выше отмечалось, эта ситуация описывает влияние момента стружкообразования на процесс сверления, происходит вырождение устойчивого фокуса и все фазовые траектории начинают участвовать в колебательном движении относительно точки, рассчитываемой по второму уравнению системы (6).

## 2. Динамика системы с учетом экспериментально определенного момента

Момент сопротивления, определяемый выражением (4), строго говоря, на практике не реализуем, так как при  $\omega \rightarrow 0$  момент сопротивления должен стремиться к бесконечности, а при  $\omega \rightarrow \infty$  момент стремиться к нулю, что невозможно определить исходя из возможностей реальных двигателей. В реальности характеристика сопротивления главному движению будет иметь характер, описываемый выражением (4), только в зоне средних частот, в зоне низких частот характеристика должна выпрямляться и стремиться к какому-то постоянному значению в связи с возникающим давлением на режущую часть сверла от материала заготовки при упругом восстановлении ранее сжатых слоев.

Проведенные эксперименты на базе экспериментальной установки (см. рис. 2) позволили построить экспериментальную характеристику общего момента сопротивления без учета формирования дополнительного момента при стружкообразовании, которая представлена на рисунке 4.

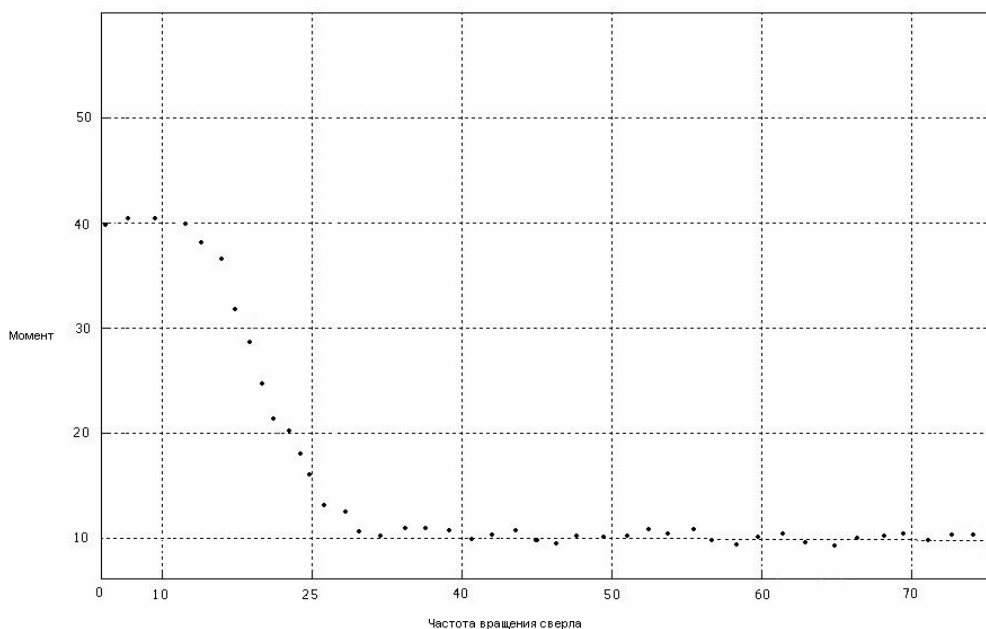


Рис. 4. Экспериментальная зависимость момента от частоты вращения

Представленную на рисунке 4 характеристику можно легко аппроксимировать следующей функцией:

$$M(\omega) = k_1 - \frac{k_2}{k_3 + e^{-\alpha\omega}}, \quad (8)$$

где  $k_1, k_2, k_3, \alpha$  – постоянные коэффициенты, а  $\omega$  – частота вращения сверла вокруг оси симметрии.

Производная от функции, описываемой выражением (8), имеет достаточно простое выражение:

$$\frac{dM(\omega)}{dt} = \alpha(M(\omega) - k_1) \left( 1 + \frac{k_3}{k_2}(M(\omega) - k_1) \right) \frac{d\omega}{dt}. \quad (9)$$

Используя систему (1), с учетом (8) и (9), получим следующее уравнение, описывающее динамику системы сверления:

$$\frac{U}{c_e} = \frac{LJ}{c_m c_e} \frac{d^2 \omega}{dt^2} + \left\{ \frac{L\alpha}{c_m c_e} (M(\omega) - k_1) \left[ 1 + \frac{k_3}{k_2} (M(\omega) - k_1) \right] + \frac{RJ}{c_m c_e} \right\} \frac{d\omega}{dt} + \omega + \frac{M(\omega)}{c_e}. \quad (10)$$

В стационарном состоянии все производные от частоты ( $\omega$ ) будут равны нулю, следовательно, выражение (10) при описании стационарного состояния системы примет вид:

$$\frac{U_0}{c_e} = \omega_0 + \frac{M(\omega_0)}{c_e}. \quad (11)$$

где  $U_0$  – постоянное значение входного напряжения,  $\omega_0$  – установившееся (постоянное) значение частоты, соответствующее постоянному значению напряжения ( $U_0$ ).

Графически выражение (11) с учетом (8) и с параметрами двигателя «Санье Денки» MDH-B можно представить в виде двух функций (см. рис. 5а):

–  $D(\omega)$  – функция, характеризующая выражение (11), при условии равенства нулю момента сопротивления  $M(\omega)$ ;

–  $M(\omega)$  – функция, характеризующая момент сопротивления и описываемая выражением (8).

На рисунке 5а точка пересечения двух вышеописанных функций будет являться стационарным значением частоты или значением, установившимся после окончания динамических процессов в системе. Согласно предложенному Ляпуновым А.М. методу исследования систем управления [3], построим уравнение, описывающее движение системы в вариациях относительно стационарной траектории, описываемой уравнением (11). Для этого в выражении (10) произведем замену  $\omega = \Omega + \omega_0$ , получим:

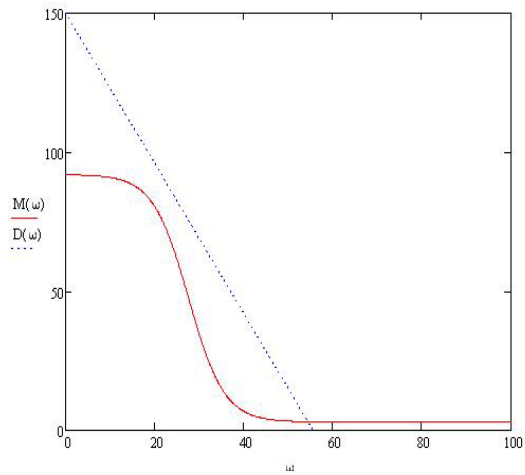
$$\begin{aligned} \frac{U_0}{c_e} = \frac{LJ}{c_m c_e} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + \left\{ \frac{L\alpha}{c_m c_e} (M(\Omega + \omega_0) - k_1) \left[ 1 + \frac{k_3}{k_2} (M(\Omega + \omega_0) - k_1) \right] + \frac{RJ}{c_m c_e} \right\} \frac{d\Omega}{dt} + \\ + \Omega + \omega_0 + \frac{M(\Omega + \omega_0)}{c_e}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{где } M(\Omega + \omega_0) = k_1 - \frac{k_2}{k_3 + e^{-\alpha\omega_0} e^{-\alpha\Omega}}.$$

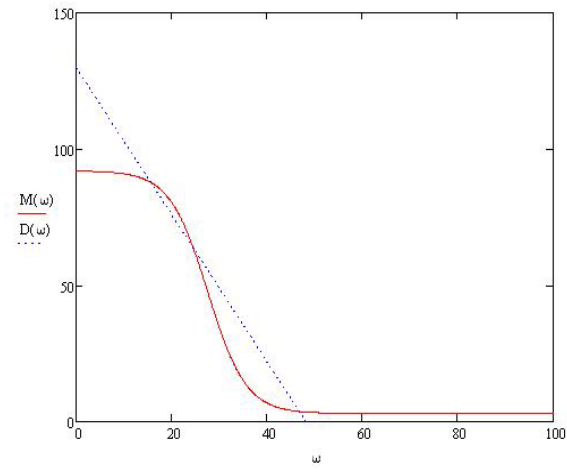
Вычтем из выражения (12) выражение (11), получим:

$$\begin{aligned} 0 = \frac{LJ}{c_m c_e} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + \left\{ \frac{L\alpha}{c_m c_e} (M(\Omega + \omega_0) - k_1) \left[ 1 + \frac{k_3}{k_2} (M(\Omega + \omega_0) - k_1) \right] + \frac{RJ}{c_m c_e} \right\} \frac{d\Omega}{dt} + \\ + \Omega + \frac{M(\Omega + \omega_0)}{c_e} - \frac{M(\omega_0)}{c_e}, \end{aligned} \quad (13)$$

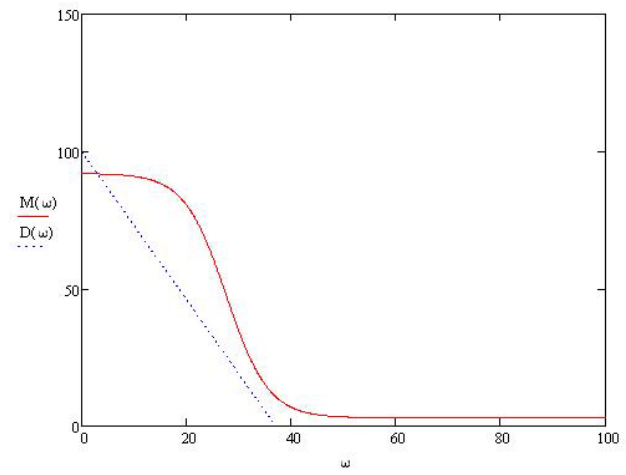
$$\text{где } M(\omega_0) = k_1 - \frac{k_2}{k_3 + e^{-\alpha\omega_0}} = \text{const}.$$



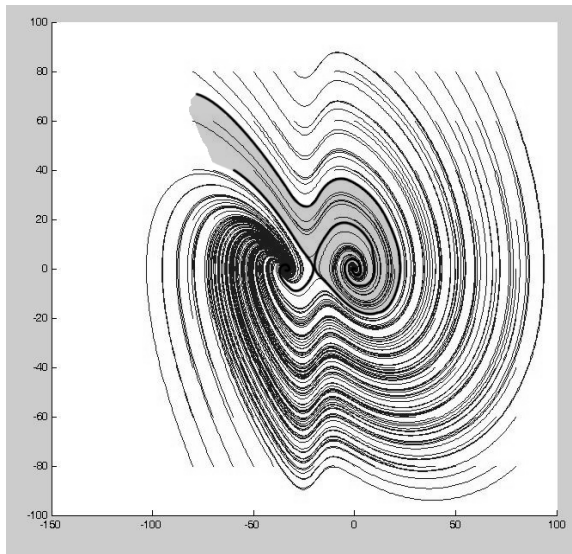
а



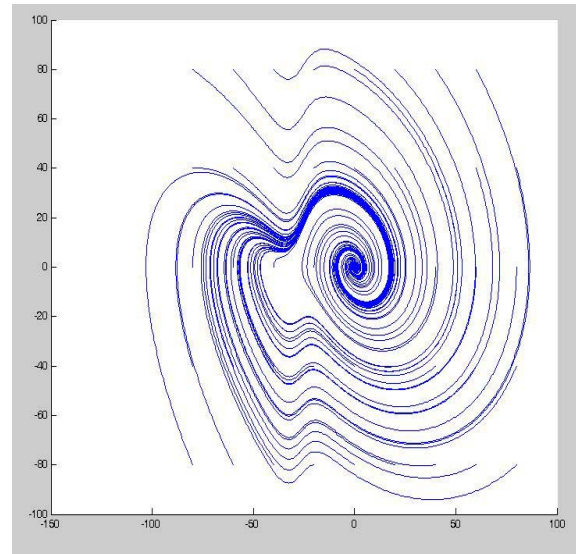
б



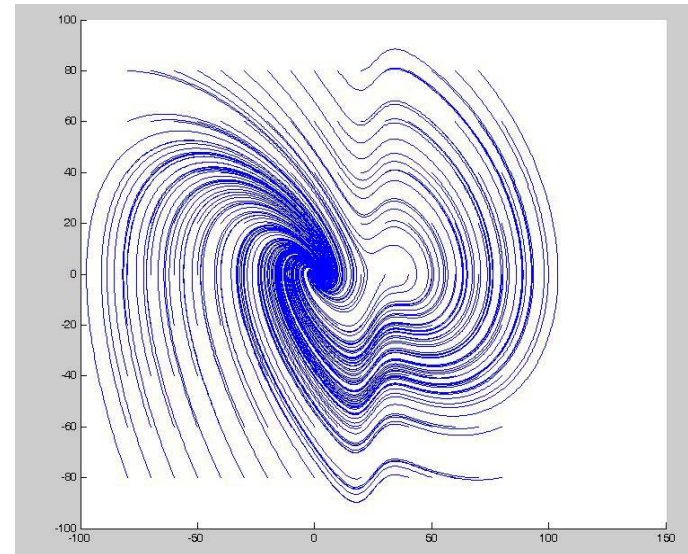
в



г



д



е

Рис. 5. Статические характеристики двигателя, момент сопротивления, фазовые портреты системы

---

Для дальнейшего исследования системы была разработана программная реализация системы управления в виде выражения (13) в пакете прикладных программ Matlab, получены фазовые портреты системы при различных значениях входного сигнала – напряжения на входе двигателя. Результаты моделирования в пакетах MatCAD и Matlab в виде механических характеристик двигателя, момента сопротивления, а также фазовые портреты системы, соответствующие этим характеристикам, представлены на рисунке 5.

Представленные на рисунке 5 фазовые портреты показывают динамику эволюции технологического процесса при сверлении глубоких отверстий. Эволюция технологического процесса связана со многими факторами, к примеру, такими, как изменение качества режущего инструмента, формирование стружки, температурный эффект в зоне резания. Влияние перечисленных факторов приводит к дополнительному росту момента сопротивления главному движению, что можно промоделировать как движение вниз механической характеристики двигателя, итерационно представленное на рисунке 5(а, б, в). При этом в системе будут последовательно формироваться одна, две и опять одна точки равновесия. В случае одной точки равновесия (см. рис. 5г,е) на фазовой плоскости образуется особая точка типа «устойчивый фокус», к которой стягиваются все фазовые траектории. В том случае, если точек равновесия несколько (см. рис. 5д), то формируется два устойчивых фокуса, и фазовый портрет системы имеет седлообразные сепаратриссы (выделены жирным на рис. 5д, две ветви которых асимптотически стремятся к двум точкам равновесия. Значение частоты, соответствующее центральному пересечению характеристик на рисунке 5б, будет являться точкой отталкивания фазовых траекторий и на рисунке 5д – эта точка пересечения сепаратрисс.

### Вывод

Проведенные исследования показали, что процесс сверления глубоких отверстий носит устойчивый характер, но при этом динамика режима резания будет эволюционно изменяться в окрестности одной или двух устойчивых точек равновесия. Переход между этими точками и формирование одного или двух фокусов будет носить скачкообразный характер, что, в свою очередь, может привести к снижению качества процесса обработки материала.

### Примечания:

1. Заковоротный В.Л., Перлин О.С., Чубукин А.В. Оптимальное управление процессом глубокого сверления // Труды III областной конференции молодых ученых: сборник. Ростов н/Д, 1973. С. 137-139.
2. [Электронный ресурс].  
URL: <http://www.Roboticslib.ru>
3. Младов А.Г. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову. М.: Высш. шк., 1966. 218 с.

### References:

1. Zakovorotny V.L., Perlin O.S., Chubukin A.V. Optimum control of the deep drilling process / Proc. III Regional Conf. Young Scientists: collection. Rostov-on-Don, 1973. P. 137-139.
2. [Electronic resource].  
URL: <http://www.Roboticslib.ru>
3. Mladov A.G. Systems of differential equations and stability of movement after Lyapunov. M.: Vysshaya Shkola, 1966. 218 pp.