

УДК 537  
ББК 22.33  
Ж 86

**Жукова И.Н.**

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики инженерно-физического факультета Адыгейского государственного университета, Майкоп, тел. (8772) 59-39-08, e-mail: agu\_zhin@mail.ru

**Малых В.С.**

Кандидат педагогических наук, доцент кафедры теоретической физики инженерно-физического факультета Адыгейского государственного университета, Майкоп, тел. (8772) 59-39-08

## **К вопросу о линейной поляризации излучения заряда в поле плоской электромагнитной волны** (Рецензирована)

### *Аннотация*

Исследована степень линейной поляризации глобального излучения заряда в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны как функция интенсивности внешней волны и ее поляризации в случае, когда вектор поляризации ориентирован вдоль напряженности электрического поля внешней волны.

**Ключевые слова:** плоская электромагнитная волна, вектор поляризации, степень линейной поляризации,  $\sigma$  и  $\pi$  компоненты излучения, мощность глобального излучения.

**Zhukova I.N.**

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of Theoretical Department of Engineering-Physics Faculty, Adyghe State University, Maikop, ph. (8772) 59-39-08, e-mail: agu\_zhin@mail.ru

**Malykh V.S.**

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Theoretical Department of Engineering-Physics Faculty, Adyghe State University, Maikop, ph. (8772) 59-39-08

## **On linear polarization of charge radiation in the field of flat electromagnetic wave**

### *Abstract*

The extent to which global radiation of a charge is linearly polarized in the field of elliptically polarized electromagnetic wave is studied as function of intensity of an external wave and its polarization for a case when the vector of polarization is focused along intensity of electric field of an external wave.

**Keywords:** flat electromagnetic wave, polarization vector, extent of linear polarization,  $\sigma$  and  $\pi$  radiation components, power of global radiation.

Наибольший интерес для исследователя представляют комплексные задачи, решение которых позволяет проанализировать большое количество частных случаев. К таким задачам, несомненно, относится задача о линейной поляризации излучения заряда в поле плоской монохроматической электромагнитной волны [1]. В этой задаче степень линейной поляризации излучения  $p$  исследуется в зависимости от интенсивности и поляризации внешней электромагнитной волны, а также от ориентации вектора поляризации  $\vec{j}$ :

$$p = p(\psi, \gamma, \theta, \varphi, \omega, \xi),$$

где  $\psi$  – параметр, характеризующий поляризацию волны ( $0 \leq \psi \leq \pi/2$ ),  $\gamma$  – параметр интенсивности внешней электромагнитной волны (для сильной волны  $\gamma \gg 1$ , для слабой волны  $\gamma \ll 1$ ),  $\omega$  – частота волны,  $\xi$  – момент излучения.

Углы  $\theta$  и  $\varphi$  определяют направление вектора поляризации

$$\vec{j} = (\sin(\theta) \cos(\varphi), \sin(\theta) \sin(\varphi), \cos(\theta)), \quad (1)$$

который в интересующей наблюдателя точке позволяет разложить вектор напряженности электрического поля излучения  $\vec{E}$  на две ортогональные составляющие:

$$\vec{E}_{\text{изл}} = E_2 \vec{l}_2 + E_3 \vec{l}_3, \quad (2)$$

где единичные взаимно ортогональные орты линейной поляризации  $\vec{l}_{2,3}$  связаны с единичным вектором поляризации  $\vec{j}$  и единичным вектором  $\vec{n} = \vec{R}(\xi)/R(\xi)$  [1], причем ком-

понента излучения  $E_2$  характеризует проекцию  $\vec{E}$  на плоскость, ортогональную вектору поляризации  $\vec{j}$ . Точка  $A$ , в которой в момент времени  $t$  наблюдается излучение заряда, удалена на большое расстояние  $R(\xi)$  от заряда по сравнению с длиной волны излучения. Моменты излучения  $\xi$  и наблюдения  $t$  связаны соотношением  $\xi = t - R(\xi)/c$ .

Излучение заряда рассматривается в системе, где он в среднем покоится, при этом интеграл движения  $\alpha = (1 - \beta_z)/\sqrt{1 - \beta^2} = const$  и параметр интенсивности электромагнитной волны  $\gamma = eE_0/(\omega cm)$  связаны соотношением:

$$\alpha^2 = 1 + \gamma^2. \quad (3)$$

Вектор напряженности электрического поля плоской эллиптически поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$  лабораторной системы координат со скоростью  $c$ , имеет вид:

$$\vec{E} = \sqrt{2}E_0(\vec{i} \cos \psi \cos \omega\xi + \vec{j} \sin \psi \sin \omega\xi), \quad (4)$$

где  $E_0$  – амплитуда напряженности электрического поля.

Мгновенная и средняя по времени степени линейной поляризации (далее СЛП)  $p$  и  $\bar{p}$  определяются мощностью компоненты глобального (суммарного по всем направлениям) излучения  $W_2$  и полной мощностью глобального излучения  $W$  следующим образом:

$$p = \frac{2W_2}{W} - 1, \quad \bar{p} = \frac{2\bar{W}_2}{W} - 1. \quad (5)$$

Мгновенная мощность глобального  $W$  излучения не зависит от ориентации вектора поляризации  $\vec{j}$  и имеет вид [1]:

$$W = \frac{2e^2}{3c^3} \frac{w^2(1 - \beta^2) + (\vec{w}\vec{\beta})^2}{(1 - \beta^2)^3}, \quad (6)$$

где  $\vec{\beta} = \vec{v}(\xi)/c$ ,  $\vec{v}(\xi)$  – скорость заряженной частицы,  $\vec{w}(\xi)$  – ее ускорение.

Интерес представляет аналитическое решение экстремальной задачи  $\frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial \varphi} = 0$ , позволяющее найти направление вектора поляризации

$$\vec{j} = (\sin(\theta_0) \cos(\varphi_0), \sin(\theta_0) \sin(\varphi_0), \cos(\theta_0)),$$

при котором средняя СЛП имеет экстремум  $\bar{p}_0 = (\gamma, \psi, \theta_0, \varphi_0)$ . Для решения этой задачи необходимо  $\sigma$ -компоненту мощности глобального излучения  $W_2$ , вид которой для произвольного движения заряда приведен в работе [1], усреднить по времени:

$$\bar{W}_2 = \frac{1}{2\pi m \zeta} \int_0^{2\pi} W_2(\zeta + \eta \cos 2\lambda) d\lambda = \frac{1}{2\pi \zeta} \int_0^{2\pi} W_2 \cdot (\zeta + \eta \cos 2\lambda) d\lambda, \quad (7)$$

где  $\zeta = 2\alpha^2$ ,  $\eta = -\gamma^2 \cos(2\psi)$ ,  $\lambda = \omega\xi$ .

В общем случае произвольной поляризации внешней электромагнитной волны  $\psi$  и произвольного направления вектора поляризации  $\vec{j}$  усреднение (7) в аналитическом виде оказалось проблематичным, поэтому при исследовании СЛП в работах [2, 3] рассмотрены частные случаи выбора вектора поляризации по направлению распространения волны  $\vec{j} = (0,0,1)$  [2] и по скорости заряда  $\vec{j} = \vec{\beta}/\beta$  [3]. В данной работе вектор поляризации направим вдоль напряженности электрического поля внешней электромагнитной волны  $\vec{j} = \vec{E}/E$ . В этом случае, как это следует из (1) и (4):

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \quad \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{1 + \cos 2\psi \cos 2\lambda}} \begin{pmatrix} \sin \psi \sin \lambda \\ \cos \psi \cos \lambda \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Выражение для мгновенной СЛП получилось громоздким, поэтому приведем только его релятивистский и нерелятивистский пределы в нулевом приближении:

$$p_{\gamma \rightarrow 0} = -1 + O(\gamma^2);$$

$$p_{\gamma \rightarrow \infty} = -\frac{3}{4} + \frac{3 \sin^2(2\psi)(\cos(2\psi)\cos(x) - 2)^2}{2[\cos^3(2\psi)\cos^3(x) + \cos^2(2\psi)\cos^2(x) - 4\cos^2(2\psi) + 4]} - \frac{3 \sin^2(2\psi)}{2[\cos(2\psi)\cos(x) + 1]} + O\left(\frac{1}{\gamma^2}\right), \quad (9)$$

где  $x = 2\omega\xi$ . Как следует из (9), в слабой волне излучение заряда полностью поляризовано, т.е. компонента излучения, в которой напряженность электрического поля излучения целиком лежит в плоскости, ортогональной вектору  $\vec{j}_E$ , вообще не излучается и  $W_{2,\gamma \rightarrow 0} = 0$ .

В сильной волне СЛП существенно зависит от времени и испытывает значительный разброс значений. Динамику мгновенной СЛП для излучения заряда во внешней электромагнитной волне различной поляризации в релятивистском пределе иллюстрирует рисунок 1.

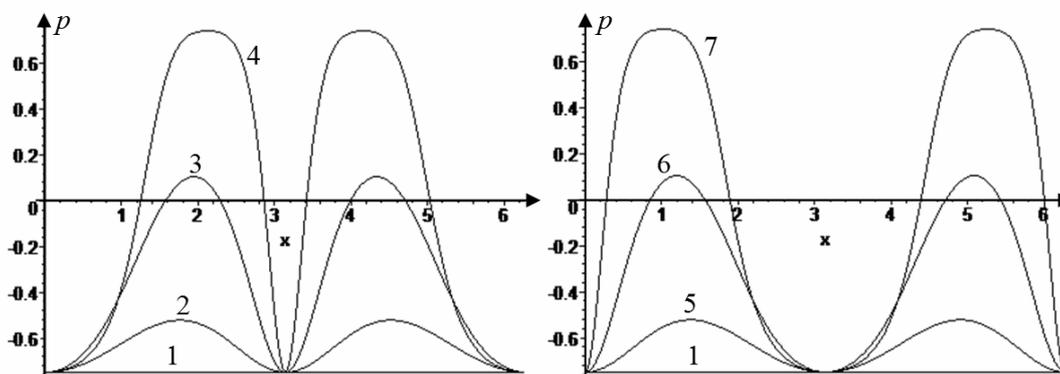


Рис. 1. Зависимость мгновенной СЛП глобального излучения заряда от положения на орбите в пределе сильной волны.

Кривая с номером  $n$  соответствует поляризации внешней волны  $\psi_n$ :

Номер кривой	1	2	3	4	5	6	7
$\psi_n$	$\pi/4$	$3\pi/16$	$2\pi/16$	$\pi/16$	$5\pi/16$	$6\pi/16$	$7\pi/16$

В частном случае излучения заряда в поле плоской электромагнитной волны круговой поляризации ( $\psi = \pm\pi/4$ ) мгновенная СЛП не зависит от времени и имеет вид:

$$p_{j_E, \psi = \frac{\pi}{4}} = -\frac{3\gamma^4 + 6\gamma^2 + 4}{4(1 + \gamma^2)^2}, \quad (10)$$

а ее значения в нерелятивистском и релятивистском пределах с точностью до членов первого и второго порядка малости равны:

$$p_{j_E, \psi = \frac{\pi}{4}, \gamma \rightarrow 0} = -1 + \frac{\gamma^2}{2} + O(\gamma^4), \quad p_{j_E, \psi = \frac{\pi}{4}, \gamma \rightarrow \infty} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4\gamma^4} + O\left(\frac{1}{\gamma^6}\right). \quad (11)$$

В частном случае излучения заряда в поле линейно-поляризованной электромагнитной волны ( $\psi = 0, \pi/2$ ) мгновенная мощность  $\sigma$ -компоненты глобального излучения  $W_2$  заряда зависит от времени следующим образом:

$$W_2 = \frac{e^2}{c^3} \cdot \frac{\gamma^4(1 + \gamma^2)}{12} \cdot \frac{\sum_{n=0}^8 (-1)^{sn} b_n \cos^n(2\lambda)}{(-\zeta - \eta \cos(2\lambda))(2\zeta + \gamma^4 \cos^2(2\lambda))^3}, \quad (12)$$

где параметр  $s$  принимает два значения:  $s=1$  для  $\psi=0$  и  $s=2$  для  $\psi=\pi/2$ , а коэффициенты  $b_n$  имеют вид:

$$b_0 = -768\alpha^6, \quad b_1 = (-1)^{s+1} 640\gamma^2\alpha^4, \quad b_2 = 32\alpha^4(24 + 22\gamma^2 - 5\gamma^4),$$

$$b_3 = (-1)^{s+1} 16\gamma^2\alpha^2(7\gamma^4 - 46\gamma^2 - 44), \quad b_4 = -8\gamma^4\alpha^2(4\gamma^4 - 13\gamma^2 - 16),$$

$$b_5 = (-1)^s 12\gamma^6(14 + 15\gamma^2), \quad b_6 = -2\gamma^8\alpha^2(\gamma^2 - 10), \quad b_7 = (-1)^s \gamma^{10}(14 + \gamma^2), \quad b_8 = \gamma^{12}.$$

Средняя СЛП (5) после усреднения мощностей  $W_2$  и  $W$  по схеме (7) равна:

$$\bar{P}_{\psi=0, \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4\gamma^2(3\gamma^2 + 4)} \cdot \left( \frac{\langle 20\gamma^8 + 116\gamma^6 + 216\gamma^4 + 224\gamma^2 + 128 \rangle \cdot \alpha}{(\gamma^2 + 2)^3} - 9\gamma^4 - 28\gamma^2 - 16 \right). \quad (13)$$

График зависимости  $\bar{P}_{\psi=0, \frac{\pi}{2}}(\gamma)$  приведен на рисунке 2а).

С точностью до членов первого порядка малости в пределе слабой волны средняя СЛП (13) равна  $\bar{P}_{\gamma \rightarrow 0} = -1 + \frac{3\gamma^2}{4}$ , в пределе сильной волны  $\bar{P}_{\gamma \rightarrow \infty} = -\frac{3}{4} + \frac{5}{3\gamma}$ , что хорошо видно на рисунке 2а). Динамику изменения мгновенной СЛП, обеспечившую результат (13), иллюстрирует рисунок 2б).

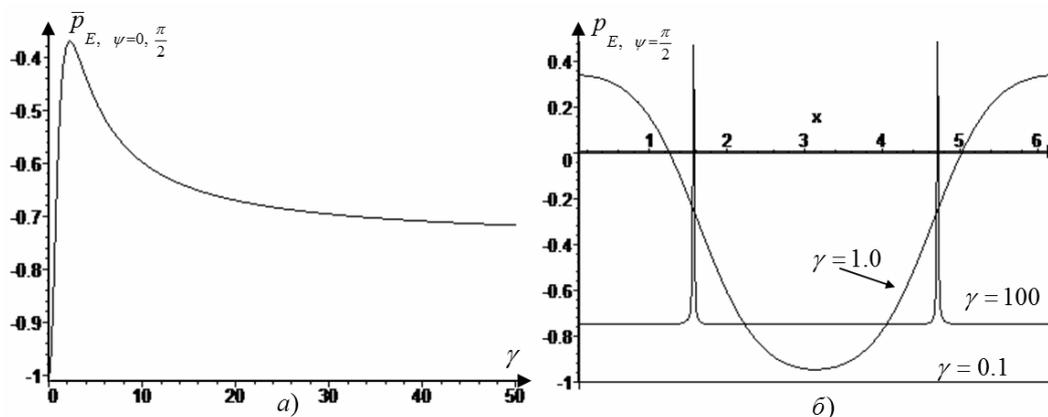


Рис. 2. Средняя а) и мгновенная б) СЛП излучения заряда в поле плоской электромагнитной волны линейной поляризации

Полученные в данной работе результаты хорошо согласуются с общими выводами, сделанными в работе [1].

#### Примечания:

1. Багров В.Г., Клименко Ю.И. Линейная поляризация излучения произвольно движущегося заряда // Вестник Московского университета. 1969. № 3. С. 104-107.
2. Жукова И.Н. Исследование зависимости линейной поляризации излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны от ее интенсивности и поляризации // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Естественно-математические и технические науки. 2008. Вып. 9 (37). С. 34-45. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
3. Жукова И.Н. Линейная поляризация излучения заряда в электромагнитном поле плоской волны в случае, когда вектор поляризации направлен по скорости заряда // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Естественно-математические и технические науки. 2009. Вып. 1 (43). С. 58-62. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>

#### References:

1. Bagrov V.G., Klimenko Yu.I. Linear polarization of arbitrarily moving charge radiation // The Bulletin of the Moscow University. 1969. No. 3. P. 104-107.
2. Zhukova I.N. Study on dependence of linear polarization of charge radiation in the electromagnetic field of a flat wave upon its intensity and polarization // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Natural-Mathematical and Technical Sciences. 2008. Iss. 9 (37). P. 34-45. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
3. Zhukova I.N. Linear polarization of a charge radiation in the plane wave electromagnetic field for the case when the polarization vector is directed along velocity of charge movement // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Natural-Mathematical and Technical Sciences. 2009. Iss. 1 (43). P. 58-62. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>