

УДК 533.72:532

ББК 22.253

Щ 95

**Щукин Е.Р.***Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник объединенного института высоких температур РАН, Москва, тел. (495) 977-51-07, e-mail: evgrom@yandex.ru***Малай Н.В.***Доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и математической физики Белгородского государственного национального исследовательского университета, Белгород, тел. (4722) 30-18-07, e-mail: malay@bsu.edu.ru***Шулиманова З.Л.***Доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой физики и химии Российской открытой академии транспорта Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ), Москва, тел. (495) 799-95-32, e-mail: zinaida110@yandex.ru*

**Влияние неоднородности теплофизических свойств ядра  
на установившееся термофоретическое движение двухслойной  
цилиндрической аэрозольной частицы  
(Рецензирована)**

***Аннотация.** Решена задача о термофорезе одиночной умеренно крупной твердой двухслойной цилиндрической аэрозольной частицы в неоднородном по температуре одноатомном газе. Найденные формулы для скорости термофореза частицы позволяют оценивать ее величину с учетом зависимости от радиальной координаты коэффициента теплопроводности ядра. Проведенный анализ показал, что при увеличении числа Кнудсена на термофоретическое движение частицы все большее влияние оказывают поверхностные газокинетические эффекты, а влияние неоднородности теплофизических свойств частицы уменьшается.*

***Ключевые слова:** термофорез двухслойной цилиндрической частицы.*

**Shchukin E.R.***Doctor of Physics and Mathematics, Professor, the Leading Scientist of Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Science, Moscow, ph. (495) 977-51-07, e-mail: evgrom@yandex.ru***Malay N.V.***Doctor of Physics and Mathematics, Professor of Theoretical and Mathematical Physics Department, Belgorod State National Research University, Belgorod, ph. (4722) 30-18-07, e-mail: malay@bsu.edu.ru***Shulimanova Z.L.***Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Physics and Chemistry Department, Russian Open Academy of Transport, Moscow State University of Ways of Communication, Moscow, ph. (495) 799-95-32, e-mail: zinaida110@yandex.ru*

**The influence of heterogeneity of the thermal properties of the nucleus  
on steady thermophoretic movement of two-layer cylindrical aerosol particle**

***Abstract.** The problem of single moderately large solid two-layer cylindrical aerosol particle thermophoresis in inhomogeneous temperature monatomic gas is solved. Formulas found for the particle thermophoresis velocity allow estimation of its value taking into account dependence of the nucleus thermal conductivity coefficient on radial coordinate. The analysis has shown that the surface gaskinetic effects have growing influence on a particle thermo physical motion with increasing the Knudsen number, while the influence of non-uniformity of the thermophysical properties of particle decreases.*

***Keywords:** a two-layer cylindrical particle thermophoresis.*

**Введение.** На аэрозольные частицы, входящие в состав аэродисперсных систем, могут действовать различной природы силы, вызывающие упорядоченное движение частиц [1-4]. Так, например, в газообразных средах с неоднородным распределением температуры упорядоченное движение частиц обусловлено действием сил молекулярной природы [1, 4]. При этом упорядоченное движение частиц обусловлено передачей

частицам молекулами неоднородной газообразной среды нескомпенсированного импульса. Если неоднородное распределение температуры в окрестности частицы вызвано внешним градиентом температуры ( $\nabla T_{\infty}$ ), то возникающее в этом случае движение частиц называют термофоретическим [1-10].

Силу, вызывающую термофоретическое движение частиц, называют термофоретической [1-6]. Когда она становится равной по величине силе вязкого сопротивления среды, частица начинает двигаться равномерно. Скорость этого равномерного движения частиц относительно центра инерции газообразной среды называют термофоретической [1-6].

В состав природных и антропогенных аэрозолей [1, 2, 4, 6, 11-16] могут входить крупные и умеренно крупные по числу Кнудсена [2-4, 6, 15] аэрозольные частицы. Вывод формул для силы и скорости термофореза таких частиц удобно проводить гидродинамическим методом [2-4, 6, 17, 18]. Термофоретическая сила может оказывать значительное влияние на движение крупных и умеренно крупных аэрозольных частиц, например, в каналах тепло-массообменников [11, 12], зонах просветления облаков и туманов [13], в окрестности, вымывающих частицы, капель [14], фильтрах, предназначенных для тонкой очистки газов [15]. Величина термофоретической силы и скорости крупных и умеренно крупных частиц в отличие от малых частиц [7, 8] сильно зависит от коэффициента теплопроводности частиц. Коэффициенты теплопроводности структурно неоднородных частиц могут зависеть от пространственных координат точек частиц. Поэтому как теоретический, так и практический интерес представляет вывод формул, позволяющих оценивать величину силы и скорости термофореза крупных и умеренно крупных аэрозольных частиц с учетом особенностей их теплофизических свойств.

Встречающиеся на практике аэрозольные частицы могут иметь отличающуюся от сферической форму поверхности. К таким частицам относятся, в частности, сильно вытянутые крупные и умеренно крупные однородные и двухслойные частицы с формой поверхности, близкой к цилиндрической [4, 17]. При оценке термофоретического движения таких частиц можно использовать формулы, полученные для цилиндрических частиц [4, 17].

Двухслойные частицы состоят из ядра и оболочки, которые могут отличаться по составу и своим физико-химическим свойствам. Создание используемых на практике двухслойных частиц может быть обусловлено, например, необходимостью изоляции ядра от воздействия окружающей среды. Коэффициенты теплопроводности ядер и оболочек двухслойных частиц могут сильно отличаться по величине. В этом случае ядра могут оказывать значительное влияние на величину силы и скорости термофореза двухслойных частиц. В наибольшей степени влияние неоднородности теплофизических свойств сказывается на термофоретической скорости тех сильно вытянутых крупных и умеренно крупных аэрозольных частиц, оси симметрии которых расположены перпендикулярно ( $\nabla T_{\infty}$ ). Но опубликованные до настоящего времени формулы позволяют в этом случае оценивать величину термофоретической скорости только крупных однородных и двухслойных цилиндрических частиц [4], причем с постоянными коэффициентами теплопроводности ядер и оболочек. У крупных цилиндрических частиц числа Кнудсена  $Kn = \lambda/R \leq 0,01$ , где  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега газовых молекул,  $R$  – радиус частицы. В данной работе найдены формулы для термофоретической скорости одиночных твердых крупных и умеренно крупных ( $0,01 \leq Kn \leq 0,3$ ) длинных цилиндрических аэрозольных частиц. С помощью этих формул можно оценивать термофоретическое движение и тех двухслойных частиц, у которых коэффициент теплопроводности ядра зависит от радиальной координаты.

**Постановка задачи.** В однокомпонентном газе в поле внешнего градиента температуры  $\nabla T_{\infty}$  происходит установившееся термофоретическое движение двухслойной, с ядром радиуса  $R_1$ , умеренно крупной твердой цилиндрической частицы. Ось симметрии частицы перпендикулярна направлению  $\nabla T_{\infty}$ . Длина частицы  $L$  много больше ее радиуса  $R_2$ . Коэффициент теплопроводности ядра  $\varepsilon_1$  зависит от радиальной координаты  $r$ . Он может сильно отличаться по величине от коэффициента теплопроводности  $\varepsilon_2 = \text{const}$  цилиндрического слоя, окружающего цилиндрическое ядро. На величину  $\nabla T_{\infty}$  наложено ограничение:  $R|\nabla T_{\infty}|/T_{\infty} \ll 1$ . Движение частицы происходит при малых относительных перепадах температуры  $T_e$  в окрестности частицы. При этом газ можно считать несжимаемым, а его плотность  $\rho_e$  и коэффициенты динамической вязкости  $\mu_e$  и теплопроводности  $\kappa_e$  – постоянными величинами. Описание процесса термофоретического движения проводится в квазистационарном приближении в силу малости времен релаксации температурных и гидродинамических полей [17]. Движение частицы происходит при малых числах Рейнольдса  $Re \ll 1$  и Пекле  $Pe \ll 1$ . При таких числах Пекле ( $Pe$ ) и Рейнольдса ( $Re$ ) термофоретическое движение частиц происходит в реальных аэрозолях [2-6, 15]. Когда числа  $Re \ll 1$  и  $Pe \ll 1$  в уравнениях Навье-Стокса и переноса тепла, можно пренебречь конвективными членами [17, 18], (т.е. не учитывать влияние движения среды на распределения температуры, давления и массовой скорости в окрестности частицы). При этом, решая гидродинамическим методом задачу о термофоретическом движении аэрозольной частицы, можно использовать уравнения Стокса и линеаризованные уравнения теплопереноса.

В случае установившегося термофоретического движения частицы действующая на частицу полная сила равна нулю. При этом термофоретический перенос частицы происходит при постоянном давлении газа в ее окрестности. В этом случае при решении задачи об установившемся термофоретическом движении в уравнениях Стокса [17, 18] можно не учитывать давление. Это обстоятельство существенно упрощает вывод формул для скорости термофореза.

**Термофоретическая скорость.** При рассмотренных условиях решение задачи о скорости термофореза длинной умеренно крупной двухслойной цилиндрической частицы удобно проводить в цилиндрической системе координат, ось  $OZ$  которой совпадает с осью вращения цилиндра. При этом направление полярной оси  $OX$  совпадает с направлением  $\nabla T_{\infty}$ . Определенная в такой системе координат массовая скорость установившегося течения газа на бесконечности равна по величине скорости термофореза частицы, но противоположна ей по направлению.

В цилиндрической системе координат, в системе частица – газообразная среда, распределения массовой скорости  $V$ , температур газа  $T_e$  и ядра  $T_1$  и оболочки  $T_2$  описываются следующей системой уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} = 0,$$

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} V_r \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_{\theta}}{\partial \theta} \right\} = 0,$$

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} V_{\theta} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_{\theta}}{\partial \theta^2} - \frac{V_{\theta}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right\} = 0,$$
(1)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \varepsilon_1 r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \varepsilon_1 \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \theta^2} = 0,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \theta^2} = 0,$$

где  $r$  и  $\theta$  – цилиндрические координаты [17, 18],  $V_r$  и  $V_\theta$  – компоненты массовой скорости в цилиндрической системе координат.

В случае умеренно крупных частиц систему уравнений (1) нужно решать совместно с граничными условиями (2)-(7):

$$V_r|_{r=R_2} = c_V Kn \frac{v_e}{R_2 T_{e\infty}} \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} \Big|_{r=R_2}, \quad (2)$$

$$V_\theta|_{r=R} = c_m Kn R_2 \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] + K_{TS}^{(0)} (1 + Kn \beta'_R) \frac{v_e}{R_2 T_{e\infty}} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} +$$

$$+ K_{TS}^{(0)} Kn \beta'_R \frac{v_e}{T_{e\infty}} \frac{\partial^2 T_e}{\partial r \partial \theta} - K_{TS}^{(0)} Kn \beta'_B \frac{v_e}{2 T_{e\infty}} R_2 \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta \partial r} \right] \Big|_{r=R_2}, \quad (3)$$

$$T_e - T_2|_{r=R_2} = K_T^{(T)} Kn R_2 \frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=R_2}, \quad -\kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r} + \varepsilon_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = -c_q \kappa_e Kn \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T_e}{\partial \theta^2} \Big|_{r=R_2}, \quad (4)$$

$$T_1|_{r=R_1} = T_2|_{r=R_1}, \quad \varepsilon_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \varepsilon_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_1}, \quad (5)$$

$$V_r|_{r \rightarrow \infty} = V_{z\infty} \cos \theta, \quad V_\theta|_{r \rightarrow \infty} = -V_{z\infty} \sin \theta, \quad (6)$$

$$T_e|_{r \rightarrow \infty} = T_{e\infty} + r |\nabla T_{e\infty}| \cos \theta, \quad (7)$$

где  $v_e = \mu_e / \rho_e$  – коэффициент кинематической вязкости,  $Kn = \lambda / R_2$ . Граничные условия на поверхности частицы (2)-(4) записаны с учетом всех эффектов, линейных по числу Кнудсена. В (2)-(4)  $K_{TS}^{(0)}, c_m$  – коэффициенты теплового и изотермического скольжений;  $\beta'_R, \beta_R$  и  $\beta_B$  – поправки на кривизну и барнеттовское скольжение;  $c_q, c_V$  – газокинетические коэффициенты потоков тепла и среднемассового переноса, растекающихся в слое Кнудсена; коэффициент  $K_T^{(T)}$  – коэффициент скачка температуры [2-6]. Выражения для газокинетических коэффициентов  $K_{TS}^{(0)}, c_m, c_q, c_V, \beta'_R, \beta_R, \beta_B$  приведены в [3, 5], где они получены в ходе решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана. При коэффициентах аккомодации тангенциальной проекции импульса и энергии молекул, равных единице, значения газокинетических коэффициентов, приведенные в [3], равны:

$$c_V = 0,971, c_m = 1,131, K_{TS}^{(0)} = 1,161, \beta'_R = -0,701, \beta_R = 3,731, \beta_B = 3,651, K_T^{(T)} = 2,179,$$

$$c_q = 0,548.$$

В процессе решения граничной задачи (1)-(7) было получено следующее выражение для скорости термофореза:

$$\bar{U}_T = -f_T \frac{v_e}{T_{e\infty}} \nabla T_{e\infty}, \quad (8)$$

где

$$f_T = K_{TS}^{(0)} \{ [1 + Kn(\beta'_R + \beta_B) - (1 + 4c_m Kn)c_v^* Kn] (\kappa_e \Delta_1 + \varepsilon_2 K_T^{(T)} Kn \Delta_2) + Kn(\beta_R - \beta_B)(\varepsilon_2 \Delta_2 - \kappa_e c_q Kn \Delta_1) \} / (1 + 2c_m Kn) d_e, \tag{9}$$

$$d_e = [\kappa_e (1 - c_q Kn) \Delta_1 + \varepsilon_2 (1 + K_T^{(T)} Kn) \Delta_2], \tag{10}$$

$$\Delta_1 = \left[ \varepsilon_1^{(1)} (1 - y_1^2) \frac{d\varphi^{(1)}}{dy} + \varepsilon_2 (1 + y_1^2) \frac{1}{y_1} \varphi^{(1)} \right], \tag{11}$$

$$\Delta_2 = \left[ \varepsilon_1^{(1)} (1 + y_1^2) \frac{d\varphi^{(1)}}{dy} + \varepsilon_2 (1 - y_1^2) \frac{1}{y_1} \varphi^{(1)} \right], \tag{12}$$

$$c_v^* = c_v / K_{TS}^{(0)}, \quad y = r / R_2, \quad y_1 = R_1 / R_2.$$

В выражениях для  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , (11), (12),  $\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1|_{r=R_1, y=y_1}$ ,  $\varphi^{(1)} = \varphi|_{y=y_1}$ ,  $\frac{d\varphi^{(1)}}{dy} = \frac{d\varphi}{dy}|_{y=y_1}$

Функция  $\varphi$  – зависящее от  $y$ , не расходящееся при  $y=0$ , безразмерное частное решение уравнения

$$\varepsilon_1 y^2 \frac{d^2 \varphi}{dy^2} + y \frac{d}{dy} (\varepsilon_1 y) \frac{d\varphi}{dy} - \varepsilon_1 \varphi = 0. \tag{13}$$

В общем случае зависимость функций  $\varphi$  от  $y$  может быть найдена в ходе численного решения (9). Если коэффициент  $\varepsilon$  может быть представлен при  $y \leq 1$  в виде бесконечного сходящегося ряда, то есть

$$\varepsilon = \varepsilon^{(0)} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k y^k, \quad \alpha_0 = 1, \tag{14}$$

то при этом выражение для  $\varphi$  может быть представлено в виде следующего степенного ряда:

$$\varphi = y \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n y^n, \quad \beta_0 = 1. \tag{15}$$

Рекуррентное соотношение для коэффициентов  $\beta_n$ , входящих в (15), равно:

$$\beta_{n \geq 1} = -\frac{1}{n(n+2)} \sum_{k=1}^n [(n-k)(n+2) + k] \alpha_k \beta_{n-k}, \quad \beta_0 = 1. \tag{16}$$

В случае  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(0)} (1 + \xi y)^\gamma$ ,  $|\xi y_1| < 1$  значения коэффициентов  $\beta_n$ , входящих в разложение (15), можно находить непосредственно по формуле:

$$\beta_n = (-1)^n \xi^n \prod_{k=1}^n \frac{(k^2 - 1 + \gamma k)}{k(k+2)}, \quad \beta_0 = 1.$$

Явный вид функция  $\varphi$  имеет при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(0)} = const$  (однородные ядра),  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(0)} y^\gamma$  и  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(0)} \exp(Bu)$ . Найденные с учетом этих коэффициентов теплопроводности функции  $\varphi$  имеют, соответственно, следующий вид:

$$\varphi=y; \quad \varphi = y^{\frac{-\gamma+\mu}{2}}, \quad \mu = \sqrt{\gamma^2 + 4}; \quad \varphi = 2 \left[ \left( \frac{1}{B} - \frac{1}{yB^2} \right) + \frac{1}{y} \frac{1}{B^2} \exp(-By) \right]. \tag{17}$$

Производные функций (17) равны:

$$\frac{d\varphi}{dy} = 1; \quad \frac{d\varphi}{dy} = (\mu - \gamma) \frac{1}{2} y^{\frac{-\gamma+\mu-2}{2}}; \quad \frac{d\varphi}{dy} = - \left[ \frac{1}{y^2 B^2} (\exp(-By) - 1) + \frac{1}{yB} \exp(-By) \right].$$

**Анализ полученных результатов.** В работе решена задача об установившемся термофоретическом движении в однокомпонентном газе умеренно крупной твердой двухслойной цилиндрической аэрозольной частицы, радиус которой значительно меньше ее длины. Коэффициент теплопроводности цилиндрического ядра частицы зависит от радиальной координаты.

Выведенные формулы позволяют оценивать термофоретическую скорость умеренно крупной частицы в связи с тем, что при решении задачи в граничных условиях на поверхности частицы были учтены все газокинетические эффекты, линейные по числу Кнудсена.

Полученная формула для скорости термофореза при увеличении радиуса ядра переходит в формулу для скорости термофореза умеренно крупной однослойной неоднородной по теплофизическим свойствам частицы. При уменьшении радиуса ядра – в формулу для скорости термофореза однородной умеренно крупной частицы с коэффициентом теплопроводности, равным коэффициенту теплопроводности оболочки.

Выведенные формулы можно использовать при оценке величины термофоретической скорости в случае частиц с коэффициентом теплопроводности ядра, являющимся аналитической функцией. При этом наиболее просто оценки проводятся при постоянных коэффициентах теплопроводности ядер и оболочек, зависимость коэффициента теплопроводности которых от радиальной координаты близка к степенной и экспоненциальной.

Проведенный, исходя из найденной формулы для скорости термофореза, численный анализ, в частности, показал, что зависимость коэффициента теплопроводности ядер частиц от радиальной координаты может оказать значительное влияние на величину скорости термофореза как крупных, так и умеренно крупных аэрозольных частиц. Возрастание величины коэффициентов теплопроводности ядер и оболочек двухслойных частиц приводит к уменьшению скорости термофореза, а уменьшение – к увеличению термофоретической скорости. При увеличении числа Кнудсена на термофоретическое движение двухслойных частиц все большее влияние оказывают поверхностные газокинетические эффекты, а влияние теплофизических свойств заметно уменьшается.

Сравнение формул для скорости термофореза двухслойных умеренно крупных цилиндрических и сферических частиц показало, что при одинаковой зависимости от радиальной координаты коэффициентов теплопроводности ядер скорость термофореза крупных цилиндрических частиц может быть заметно меньше скорости термофореза крупных сферических частиц.

#### Примечания:

1. Грин Х., Лейн В. Аэрозоли – пыли, дымы и туманы: монография. М.: Химия, 1969. 428 с.
2. Щукин Е.Р. О движении аэрозольных частиц с неоднородным распределением тепловых источников в поле внешних градиентов температуры и концентрации // ЖТФ. 1980. Т. 50, вып. 6. С. 1332-1335.
3. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных аэрозольных частиц // ЖТФ. 1982. Т. 52, вып. 11. С. 2253-2661.
4. Пискунов В.Н. Динамика аэрозолей: монография. М.: Физматлит, 2010. 296 с.
5. Маясов Е.Г., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. О термофорезе нелетучей сферической частицы в разреженном газе при малых числах Кнудсена // ПЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 6. С. 498-502.

#### References:

1. Green X., Lane V. Aerosols: dusts, smokes and fogs: a monograph. M.: Chemistry, 1969. 428 pp.
2. Shchukin E.R. On the movement of aerosol particles with non-uniform distribution of thermal sources in the field of external gradients of temperature and concentration // ZhTF. 1980. Vol. 50, Iss. 6. P. 1332-1335.
3. Poddoskin A.B., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. Theory of thermophoresis of moderately large aerosol particles // ZhTF. 1982. Vol. 52, Iss. 11. P. 2253-2661.
4. Piskunov V.N. Dynamics of aerosols: a monograph. M.: Fizmatlit, 2010. 296 pp.
5. Mayasov E.G., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. On thermophoresis of a nonvolatile spherical particle in the rarefied gas at small Knudsen numbers // PZhTF. 1988. Vol. 14, Iss. 6. P. 498-502.

6. Zheng F. Thermophoresis of spherical and non-spherical particles: a review of theories and experiments // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2002. Vol. 97. P. 255-278.
7. Щукин Е.Р. Теория термо- и диффузиофореза мелких летучих аэрозольных частиц // *ЖТФ*. 1974. Т. 44, вып. 2. С. 447-450.
8. Марков М.Г., Щукин Е.Р. Термодиффузиофорез малой летучей аэрозольной частицы в многокомпонентной газовой смеси // *ДАН СССР*. 1984. Т. 246, № 3. С. 604-609.
9. Малай Н.В. К вопросу о термофорезе твердой сферической частицы в жидкости // *Изв. АН РФ МЖГ*. 2003. № 6. С. 145-154.
10. Малай Н.В., Щукин Е.Р. К вопросу о термофорезе твердой аэрозольной частицы сферической формы // *ЖТФ*. 2003. Т. 73, вып. 9. С. 39-43.
11. Berger C., Harvath H., Schindler W. The deposition of soot particles from hot gas streams through pipes // *Journal of Aerosol Science*. 1995. Vol. 26. P. 211-218.
12. Щукин Е.Р., Шулиманова З.Л. Особенности осаждения за счет термофореза аэрозольных частиц в плоскопараллельных каналах со значительными поперечными перепадами температуры // *Теплофизика высоких температур*. 1994. Т. 32, № 5. С. 726-731.
13. Нелинейная оптика атмосферного аэрозоля / Ю.Э. Гейнц, А.А. Землянов, В.Е. Зуев, А.И. Кабанов, В.А. Погодаев. М.: Изд-во СО РАН, 1999. 260 с.
14. Щукин Е.Р., Трайтак С.Д. О роли термодиффузиофоретического и броуновского движения при захвате аэрозольных частиц каплями // *Физика атмосферы и океана*. 1979. Т. 15, № 1. С. 122-125.
15. Вальдберг А.Ю., Исянов Л.М., Яламов Ю.И. Теоретические основы охраны атмосферного воздуха от загрязнений промышленными аэрозолями: учеб. пособие. СПб., 1993. 235 с.
16. Ивлев И.С. Микроструктурные особенности аэрозолей вулканического происхождения // *Оптика атмосферы и океана*. 1996. № 8. С. 1039-1057.
17. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учеб. пособие. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
6. Zheng F. Thermophoresis of spherical and non-spherical particles: a review of theories and experiments // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2002. Vol. 97. P. 255-278.
7. Shchukin E.R. Theory of thermo - and a diffusio-phoresis of small flying aerosol particles // *ZhTF*. 1974. Vol. 44, Iss. 2. P. 447-450.
8. Markov M.G., Shchukin E.R. Thermodiffusiophoresis of a small flying aerosol particle in multi-component gas mix // *DAN of the USSR*. 1984. Vol. 246, No. 3. P. 604-609.
9. Malay N.V. On the problem of thermophoresis of a firm spherical particle in liquid // *News of the RF AS MZhG*. 2003. No. 6. P. 145-154.
10. Malay N.V., Shchukin E.R. On the problem of thermophoresis of firm aerosol particle of a spheroidal form // *ZhTF*. 2003. Vol. 73, Iss. 9. P. 39-43.
11. Berger C., Harvath H., Schindler W. The deposition of soot particles from hot gas streams through pipes // *Journal of Aerosol Science*. 1995. Vol. 26. P. 211-218.
12. Shchukin E.R., Shulimanova Z.L. Features of sedimentation due to thermophoresis of aerosol particles in plane-parallel channels with considerable cross differences of temperature // *Thermophysics of high temperatures*. 1994. Vol. 32, No. 5. P. 726-731.
13. Nonlinear optics of atmospheric aerosol / Yu.E. Geynts, A.A. Zemlyanov, V.E. Zuev, A.I. Kabanov, V.A. Pogodaev. M.: SO RAS Publishing House, 1999. 260 pp.
14. Shchukin E.R., Traytak S.D. On the role of the thermodiffusiophoretic and Brownian movement at the capture of aerosol particles by drops // *Physics of the atmosphere and ocean*. 1979. Vol. 15, No. 1. P. 122-125.
15. Valdberg A.Yu., Isyanov L.M., Yalamov Yu.I. Theoretical foundations of protection of atmospheric air from pollution by industrial aerosols: a manual. SPb., 1993. 235 pp.
16. Ivlev I.S. Microstructural features of aerosols of the volcanic origin // *Optics of the atmosphere and ocean*. 1996. No. 8. P. 1039-1057.
17. Happel G., Brenner G. Hydrodynamics at small Reynolds numbers. M.: Mir, 1976. 630 pp.
18. Landau L.D., Lifshits E.M. Theoretic physics: a manual. V. 6. Hydrodynamics. M.: Nauka, 1988. 736 pp.