

УДК 796.012

ББК 75.0

М 22

Мамий А.Р.

Кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления инженерно-физического факультета Адыгейского государственного университета, Майкоп, тел. (8772) 59-39-11, e-mail: nis@adygnet.ru

Поляков С.В.

Программист лаборатории биомеханики института физической культуры и дзюдо Адыгейского государственного университета, Майкоп, тел. (8772) 59-39-75

Упруго-вязкие свойства системы «тяжелоатлет-штанга»

(Рецензирована)

Аннотация. *Описана математическая модель биомеханической системы, состоящей из тяжелоатлета и штанги. Приведена система дифференциальных уравнений, моделирующая подъем штанги от груди, в которой учтены упруго-вязкие свойства опорно-двигательного аппарата тяжелоатлета и штанги. Приведены несколько решений, подтверждающих работоспособность системы.*

Ключевые слова: *математическая модель движения, упруго-вязкие свойства, подъем штанги от груди, биомеханическая структура, гриф штанги*

Mamiy A.R.

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Department of Automated Systems of Processing Information and Control of Engineering-Physics Faculty, Adyghe State University, Maikop, ph. (8772) 59-39-11, e-mail: nis@adygnet.ru

Polyakov S.V.

Programmer of Laboratory of Biomechanics of Institute of Physical Culture and Judo, Adyghe State University, Maikop, ph. (8772) 59-39-75

Elastic and viscous properties of weight-lifter bar system

Abstract. *The paper describes the mathematical model of the biomechanical system consisting of the weight-lifter and a bar. A system of the differential equations modeling lifting of a bar from a breast is presented which considers elastic and viscous properties of the musculoskeletal device of the weight-lifter and a bar. Some solutions are provided confirming operability of the system.*

Keywords: *mathematical model of the movement, elastic and viscous properties, lifting of a bar from a breast, biomechanical structure, a barbell.*

В скоростно-силовых видах спорта, таких как тяжелая атлетика, результат зависит не только от скоростно-силовых возможностей мышц, но и от того, когда эту силу и скорость проявлять, т.е. от техники выполнения упражнения [1, 2]. В частности, при выполнении подъема штанги от груди из-за упругих свойств грифа и массы штанги под воздействием внешней силы возникают собственные колебания. Опытный спортсмен, прикладывая соответствующие усилия, вызывает эти колебания и в процессе выполнения подъема использует это и достигает большего результата [3, 4]. Однако чтобы научиться оптимально использовать упругие свойства штанги, а также учитывать упругие и силовые возможности мышц и всего опорно-двигательного аппарата тяжелоатлета, нужна длительная тренировка [5, 6]. При этом должны реализовываться трудновыполнимые условия, а именно: упругость грифа должна быть, как у соревновательной штанги; вес штанги должен быть рекордным; вес, длины мышц, вязко-упругие свойства опорно-двигательного аппарата тяжелоатлета должны быть постоянными.

Решить данную проблему можно, построив модель упражнения «подъем штанги от груди», с помощью которой возможно определить наилучшую технику выполнения упражнения, учитывающую упруго-вязкие свойства и массу тяжелоатлета, штанги и упругость грифа.

Принимая во внимание эти факторы, поставим задачу: с помощью математиче-

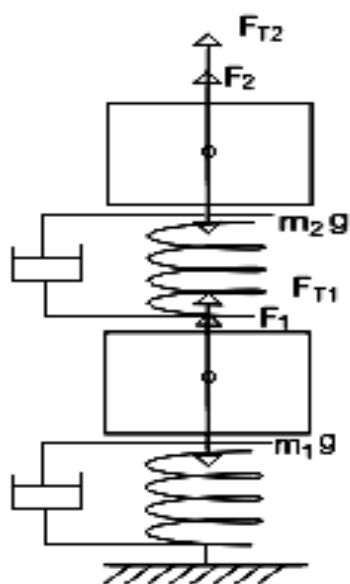


Рис. 1. Система «тяжелоатлет-штанга» при упругом грифе

Введем обозначения, где индекс 1 соответствует нижней пружине и грузу, а индекс 2 – верхним:

x_1 – высота верхнего конца нижней пружины;

x_2 – координата верхнего груза;

F_1 – сила упругости, действующая со стороны нижней пружины на нижний груз,

$$F_1 = -k_1 x_1;$$

F_{T1} – сила трения, действующая на нижний груз со стороны нижней пружины;

F_2 – сила упругости, действующая со стороны верхней пружины на верхний груз;

F_{T2} – сила трения, действующая на верхний груз со стороны верхней пружины;

верхняя система не прикреплена к нижней, а опирается на нее, поэтому взаимодействие между нижней и верхней системой происходит с силой $F_2 + F_{T2} > 0$, если расстояние между верхним и нижним грузом меньше собственной длины верхней пружины (т.е. верхняя пружина сжата).

Согласно второму закону Ньютона имеем:

$$\begin{cases} -m_1 g + F_1 + F_{T1} - F_2 = m_1 \ddot{x}_1, \\ -m_2 g + F_2 + F_{T2} - F_2 = m_2 \ddot{x}_2, \end{cases} \quad (1)$$

где $F_1 = -k_1(x_1 - x_{01})$;

$$F_2 = -k_2(x_2 - x_1 - x_{02} + x_{01});$$

$$F_{T1} = -\eta_1 \dot{x}_1;$$

$$F_{T2} = -\eta_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1).$$

Подставив в (1) вместо F_1, F_2, F_{T1}, F_{T2} соответствующие формулы, получим:

$$\begin{cases} -m_1 g - k_1 x_1 + k_1 x_{01} - \eta_1 \dot{x}_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 - k_2 x_{02} + k_2 x_{01} = m_1 \ddot{x}_1, \\ -m_2 g - k_2 x_2 + k_2 x_1 + k_2 x_{02} - k_2 x_{01} - \eta_2 \dot{x}_2 + \eta_2 \dot{x}_1 = m_2 \ddot{x}_2 \end{cases}$$

или

ского моделирования определить наилучшую технику выполнения упражнения при заданных массах тяжелоатлета, штанги и свойствах грифа.

Допустим, что опорно-двигательный аппарат тяжелоатлета – невесомая пружина с определенной вязкостью $[\eta_1, \text{кг}/\text{с}]$ и жесткостью $[k_1, \text{Н}/\text{м}]$, а масса спортсмена моделируется грузом, закрепленным на этой пружине $[m_1, \text{кг}]$. Аналогично, гриф штанги – невесомая пружина с определенной вязкостью $[\eta_2]$ и жесткостью $[k_2]$, а масса этой штанги моделируется грузом, закрепленным на этой второй пружине $[m_2]$ (рис. 1).

В этом случае взаимодействие спортсмена и штанги можно представить как взаимодействие двух пружин и двух грузов. Для простоты рассуждений ограничимся линейными характеристиками упругости и вязкости.

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{\eta_1}{m_1} \dot{x}_1 + \frac{(k_1 + k_2)}{m_1} x_1 - \frac{k_2}{m_1} x_2 + g + \frac{k_2}{m_1} x_{02} - \frac{k_1}{m_1} x_{01} - \frac{k_2}{m_1} x_{01} = 0, \\ \ddot{x}_2 + \frac{\eta_2}{m_2} \dot{x}_2 - \frac{\eta_2}{m_2} \dot{x}_1 + \frac{k_2}{m_2} x_2 - \frac{k_2}{m_2} x_1 + g - \frac{k_2}{m_2} x_{02} + \frac{k_2}{m_2} x_{01} = 0. \end{cases}$$

Для решения данной системы дифференциальных уравнений был использован пакет прикладных программ Matlab. С его помощью стало возможным добавление еще одного условия: при подъеме грузов над точкой опоры связь между грифом и телом тяжелоатлета прерывается, и штанга находится в свободном полете.

Расчеты проводились для всевозможных сочетаний данных:

$m_1 = 50 \text{ кг}, 52 \text{ кг}, \dots, 128 \text{ кг}$ (для сравнения: весовые категории мужчин – до 56 кг, до 62 кг, ..., свыше 105 кг);

$m_2 = 50 \text{ кг}, 56,25 \text{ кг}, \dots, 293,75 \text{ кг}$ (для сравнения: рекорды в толчке штанги – 169 кг в категории до 56 кг; в категории до 62 кг – 182 кг и т.д.);

$k_2 = 15000 \text{ Н/м}, 16250 \text{ Н/м}, \dots, 63750 \text{ Н/м}$ (приблизительное значение упругости грифа определяем по прогибу грифа – 5 см при удерживании штанги весом 215 кг, $k_2 = 2150/0,05 = 43000 \text{ Н/м}$);

$\eta_1 = 50 \text{ кг/с}$ (коэффициент вязкости подобран таким образом, чтобы колебательный процесс терял 50% амплитуды через 5-7 периодов);

$\eta_2 = 5 \text{ кг/с}$ (коэффициент вязкости подобран таким образом, чтобы колебательный процесс терял 50% амплитуды через 10-15 периодов);

$x_{01} = 1,5 \text{ м}, x_{02} = 1,5 \text{ м}$ (начальное положение исследуемых упругих компонент в ненагруженном состоянии).

При решении систем дифференциальных уравнений для 2,5 млн. сочетаний были получены данные, позволяющие определить наиболее оптимальное значение упругости нижней пружины (в нашей модели эта упругость соответствует развиваемой спортсменом силе) при имеющихся массах спортсмена, штанги и упругости грифа.

Резонансные явления наблюдаются (рис. 2) при:

$m_1 = 100 \text{ кг}, m_2 = 100 \text{ кг}, k_1 = 70000 \text{ Н/м}$ и $k_2 = 40000 \text{ Н/м}$ (на рисунке 3 – выглядит как локальный максимум);

$m_1 = 60 \text{ кг}, m_2 = 175 \text{ кг}, k_1 = 70000 \text{ Н/м}, k_2 = 40000 \text{ Н/м}$;

$m_1 = 94 \text{ кг}, m_2 = 144 \text{ кг}, k_1 = 92500 \text{ Н/м}, k_2 = 40000 \text{ Н/м}$;

$m_1 = 75 \text{ кг}, m_2 = 144 \text{ кг}, k_1 = 100000 \text{ Н/м}, k_2 = 40000 \text{ Н/м}$ и т.д.;

$k_1 = 10000 \text{ Н/м}, 12500 \text{ Н/м}, \dots, 107500 \text{ Н/м}$. (Нижнюю границу коэффициента упругости k_1 можно определить из простого эксперимента: серии прыжков без отягощения. Такую серию из 10 прыжков испытуемый может выполнить за 5 секунд. В таком случае период такого колебания $T = 0,5 \text{ с}$. Масса испытуемого $m = 100 \text{ кг}$. Используя известную формулу для определения периода колебаний пружинного маятника:

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ получим $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$. Для нашего примера $k_1 = 15791 \text{ Н/м}$. При выполнении

упражнений с отягощениями величина k_1 будет увеличиваться пропорционально росту общей массы системы.)

Величина $k_2 = 40000 \text{ Н/м}$ выбрана для данных примеров для демонстрации упругих свойств стандартного грифа. Так же большое количество резонансных точек можно увидеть и для грифов с другими свойствами.

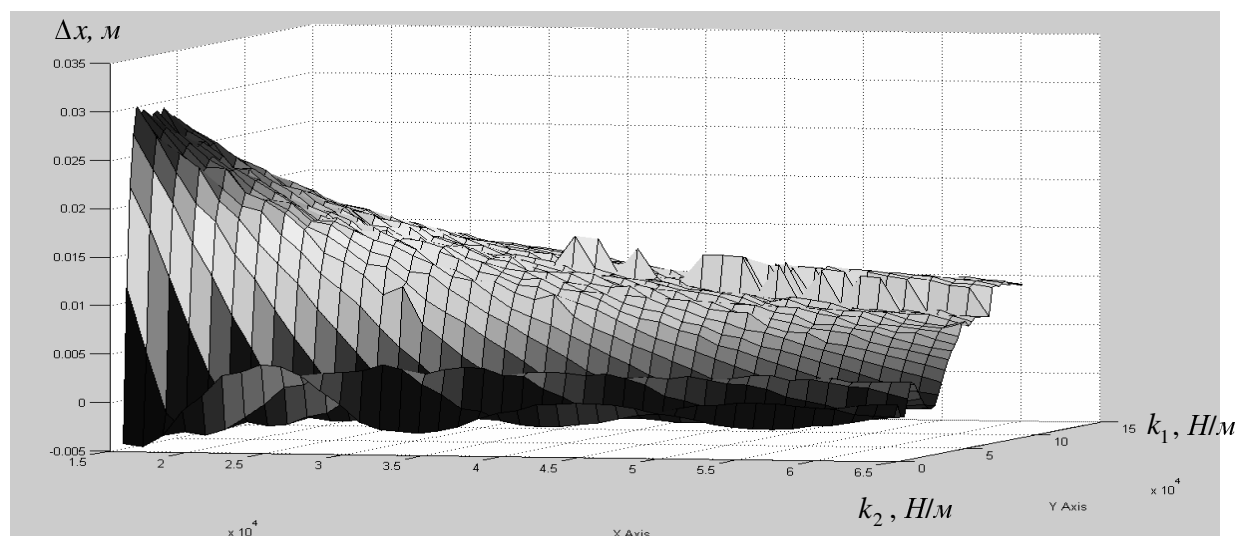


Рис. 2. Высота подъема грифа (Δx , м) над точкой опоры за счет инерционных сил при различных сочетаниях упругости опорно-двигательного аппарата k_1 (Y , H/M) и упругости грифа штанги k_2 (X , H/M) при массе спортсмена $m_1=100$ кг, массе штанги $m_2=100$ кг

Меняются условия для проведения упражнения и при изменении массы штанги или изменении массы спортсмена. Множество сочетаний массы штанги и массы тяжелоатлета при $k_1=70000$ H/m , $k_2=40000$ H/m показано на рисунке 3.

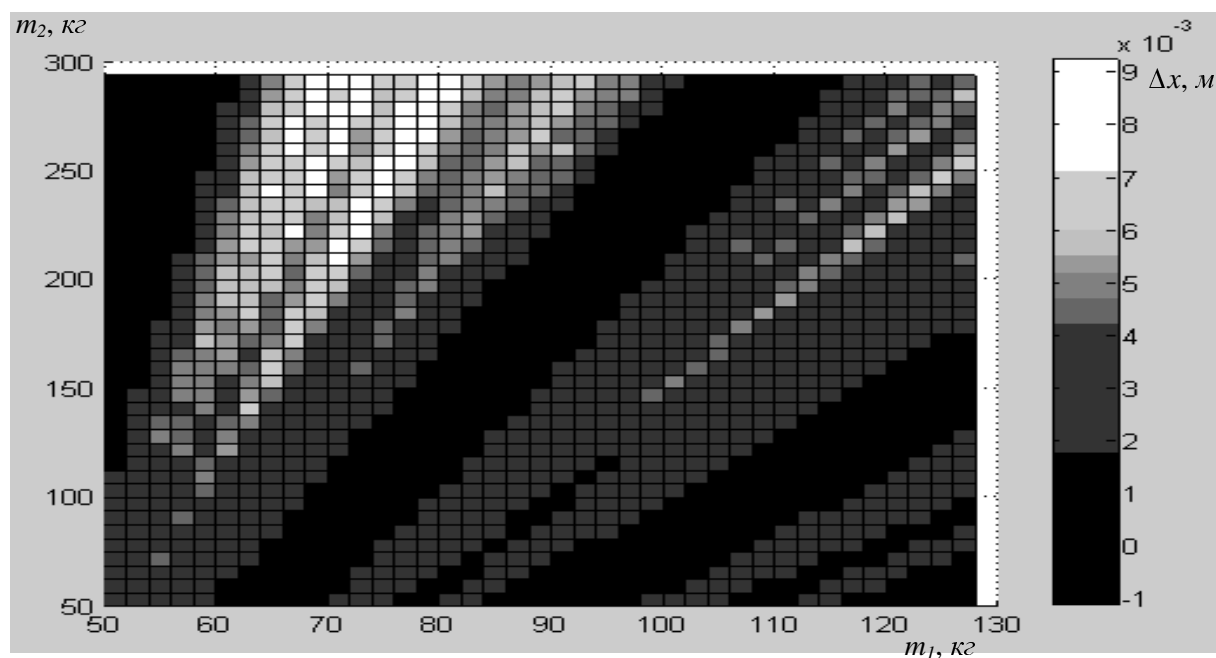


Рис. 3. Максимальная высота подъема грифа над точкой опоры (Δx , м) (отображена цветом) при различных сочетаниях массы тяжелоатлета (m_1 , кг) (ось абсцисс) и массы штанги (m_2 , кг) (ось ординат) при упругости опорно-двигательного аппарата $k_1=70000$ H/m и упругости грифа штанги $k_2=40000$ H/m

Полученные зависимости высоты подъема грифа от четырех параметров: массы тяжелоатлета, упругих свойств опорно-двигательного аппарата, массы штанги и упругих свойств грифа при определенных заранее вязких свойствах опорно-двигательного аппарата и грифа, – рекомендуем использовать в тренировочном процессе тяжелоатлетов для подбора веса штанги и величины усилий для упражнений на развитие коорди-

национных способностей.

Разработанные алгоритмы расчета амплитудных характеристик системы «тяжелоатлет-штанга» применимы для определения резонансных сочетаний указанных параметров, при которых может быть достигнуто повышение результативности толчка штанги от груди.

Данная работа может быть развита в направлении импорта измеренных в эксперименте данных о положении грифа и тела тяжелоатлета в модель, подготовки справочных таблиц, в которых для каждого сочетания входных параметров можно узнать максимальную высоту подъема грифа над опорой, поиска наилучшего направления миграции входных параметров: изменение массы грифа, корректировка массы тяжелоатлета (с помощью закрепляемых на теле небольших масс), подбор спортивного снаряжения и корректировки (путем целенаправленных тренировочных упражнений) упругих свойств опорно-двигательного аппарата.

Автор выражает благодарность профессору В.Б. Тлячеву за обсуждение материалов работы и программисту О.В. Сазоновой за участие в вычислительном эксперименте.

Примечания:

1. Мамий А.Р. Формирование оптимальной биомеханической структуры подъема штанги от груди // Теория и практика физической культуры. 2011. № 10. С. 35-37.
2. Мамий А.Р. Воздействие на двигательную программу при выполнении прыжка с места // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Педагогика и психология. 2007. Вып. 3. С. 269-271. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
3. Полякова С.В., Мамий А.Р. Техническое устройство для обучения и тренировки легкоатлетов // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Естественно-математические и технические науки. 2010. Вып. 1 (153). С. 119-124. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
4. Элипханов С.Б., Немцев О.Б., Козлов И.М. Мышечная активность при проведении задней подножки высококвалифицированными дзюдоистками // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Естественно-математические и технические науки. 2011. Вып. 4 (91). С. 102-109. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
5. Жуков В.И. Оптимизация условий выполнения силовых упражнений при различных внешних управляющих воздействиях // Теория и практика физической культуры. 2011. № 10. С. 73-76.
6. Доронин А.М., Мамий А.Р., Коваленко А.В. Оптимизация специальной силовой физической подготовки спортсменов с помощью переменного отягощения // Вестник Адыгейского государственного университета. Сер. Педагогика и психология. 2008. Вып. 5. С. 198-202. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>

References:

1. Mamiy A.R. Formation of optimum biomechanical structure of raising of a bar from a breast // Theory and Practice of Physical Culture. 2011. No. 10. P. 35-37.
2. Mamiy A.R. Influence on the movement program at performance of a standing jump // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Pedagogy and Psychology. 2007. Iss. 3. P. 269-271. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
3. Polyakova S.V., Mamiy A.R. The technical device for teaching and training athletes // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Natural-Mathematical and Technical Sciences. 2010. Iss. 1 (153). P. 119-124. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
4. Elipkhanov S.B., Nemtsev O.B., Kozlov I.M. Muscle activity when doing a backheel by highly-skilled female judoists // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Natural-Mathematical and Technical Sciences. 2011. Iss. 4 (91). P. 102-109. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>
5. Zhukov V.I. Optimization of conditions of performance of power exercises at various external operating influences // Theory and Practice of Physical Culture. 2011. No. 10. P. 73-76.
6. Doronin A.M., Mamiy A.R., Kovalenko A.V. Optimization of special force physical training of athletes with the help of variable weight // The Bulletin of the Adyghe State University. Ser. Pedagogy and Psychology. 2008. Iss. 5. P. 198-202. URL: <http://vestnik.adygnet.ru>